REKONSTRUKCJA OSTATNIEJ FAZY LOTU SAMOLOTU TU-154M

Opracował:

prof. dr hab. inż. Grzegorz Kowaleczko

SPIS TREŚCI

WSTĘP	5
CZĘŚĆ I MODEL MATEMATYCZNY	7
1. UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH	7
1.1. Układ związany z samolotem – Oxyz	8
1.2. Układ związany z przepływem – $Ox_a y_a z_a$	8
1.3. Nieruchomy układ związany z Ziemią – $O_g x_g y_g z_g$	9
1.4. Ruchomy układ związany z Ziemią – $Ox_g y_g z_g$	9
1.5. Wzajemne położenie układów współrzędnych	9
1.6. Macierze przejść pomiędzy układami współrzędnych	10
2. OKREŚLENIE RÓWNAŃ RUCHU	10
2.1. Równania ruchu środka masy samolotu	11
2.2. Równania ruchu obrotowego samolotu	17
2.3. Związki kinematyczne	19
2.4. Końcowa postać układu równań	19
3. SIŁY I MOMENTY DZIAŁAJĄCE NA SAMOLOT	21
3.1. Opis metody obliczeniowej	21
3.2. Siły i momenty aerodynamiczne skrzydła	22
3.3. Wpływ skończonej rozpiętości skrzydła na jego charakterystyki	
aerodynamiczne	28
3.3.1. Analiza rozkładu cyrkulacji/współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła	28
3.3.2. Prostokątny rozkład współczynnika siły nośnej	
wzdłuż skrzydła	32
3.3.3. Zmodyfikowany eliptyczny rozkład cyrkulacji/współczynnika	
siły nośnej wzdłuż skrzydła	32
3.3.4. Rozkład współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła	
oparty na obliczeniach CFD	33
CZĘŚĆ II IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK SAMOLOTU	38
1. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK AERODYNAMICZNYCH	38
1.1. Aerodynamiczne, statyczne charakterystyki samolotu określone	
na podstawie literatury	39
1.1.1. Współczynnik siły nośnej w funkcji kąta natarcia $C_{za}(\alpha)$	40

1.1.2. Biegunowa C _{xa} (C _{za}) oraz współczynnik siły oporu w funkcji	
kąta natarcia $C_{xa}(lpha)$	41
1.1.3. Współczynnik momentu pochylającego $C_m(\alpha)$	42
1.2. Aerodynamiczne charakterystyki samolotu obliczone teoretycznie	49
2. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK UKŁADU NAPĘDOWEGO	57
3. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK MASOWYCH	
SAMOLOTU Tu-154M	59
4. WALIDACJA MODELU RUCHU SAMOLOTU	60
5. OSZACOWANIA DOTYCZĄCE SIŁY UDERZENIA W DRZEWO	61
CZĘŚĆ III OKREŚLENIE WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH ORAZ	
INNYCH DANYCH DO OBLICZEŃ	64
1. OKREŚLENIE CZASÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH	
I WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH	64
1.1. Początkowy czas obliczeń	64
1.2. Czas zderzenia z brzozą	65
1.3. Czas zderzenia z ziemią	66
1.4. Początkowa prędkości lotu	67
1.5. Trajektoria lotu	67
1.6. Początkowy kąt pochylenia toru lotu	69
2. IDENTYFIKACJA POŁOŻENIA PUNKTÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH	70
2.1. Punkt zderzenia z brzozą	70
2.2. Punkt zderzenia z ziemią	71
2.3. Punkt początkowy (odległość od progu pasa i wysokość lotu)	
3. IDENTYFIKACJA PROFILU TERENU I CHARAKTERYSTYCZNYCH	
PUNKTÓW TERENOWYCH	
3.1. Dane z raportu MAK	
3.2. Dane z raportu KBWLLP	73
3.3. Identyfikacja profilu terenu na podstawie Google Earth	74
3.4. Porównanie danych z raportu, raportu MAK	
i odczytów z Google Earth	
4. IDENTYFIKACJA PRZEBIEGU ZAREJESTROWANYCH	
PARAMETRÓW STEROWANIA	78
4.1.Przebieg zmian obrotów turbiny sprężarki niskiego ciśnienia	

4.2. Przebieg zmian kąta wychylenia steru wysokości	80
4.3. Przebieg zmian kąta wychylenia lotek	81
4.4.Przebieg zmian kąta wychylenia steru kierunku	82
5. OSZACOWANIE CZASU ODDZIAŁYWANIA SIŁY NA SKRZYDŁO	83
CZĘŚĆ IV SYMULACJA I PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ	
Z ZAPISAMI REJESTRATORÓW	
1. OPIS PROWADZENIA OBLICZEŃ	
2. PORÓWNANIE PRZEBIEGÓW ZAREJESTROWANYCH	
Z WYNIKAMI OBLICZEŃ	84
3. WPŁYW SIŁY DZIAŁAJĄCEJ NA SKRZYDŁO NA WYNIKI OBLICZEŃ	
4. WPŁYW CZASU UDERZENIA NA WYNIKI OBLICZEŃ	
5. WPŁYW MODELU ROZKŁADU WSPÓŁCZYNNIKA SIŁY NOŚNEJ	
NA WYNIKI OBLICZEŃ	
PODSUMOWANIE	101
LITERATURA	102

WSTĘP

Niniejsze opracowanie stanowi podsumowanie przeprowadzonych analiz dotyczących lotu samolotu Tu-154M, który uległ katastrofie w Smoleńsku w dniu 10.04.2010 roku. Podjęto ten temat w związku z pojawiającymi się często wątpliwościami, czy samolot mógł wykonać półobrót po utracie skrzydła. Wątpliwości te, a często kwestionowanie takiego przebiegu ostatniej fazy lotu, były inspiracją do przeprowadzenia symulacji numerycznych. Podstawą tych symulacji było doświadczenie autora wynikające z prowadzenia podobnych badań od 1983 roku. W ramach tych prac przed około 10 laty opracowano oprogramowanie, które pozwala w stosunkowo łatwy sposób zamodelować m.in. różnego rodzaju uszkodzenia skrzydła mające wpływ na wytwarzane przez to skrzydło siły i momenty aerodynamiczne. Oprogramowanie to było pierwotnie wykorzystane do analizy wpływu turbulencji atmosfery i śladu generowanego przez inny samolot na samolot "obliczeniowy" [13]. Pozwoliło ono też odtworzyć zakończony katastrofą lot samolotu An-28 Bryza-2RF z 31 marca 2009 roku na lotnisku wojskowym Gdynia-Babie Doły [10].

Zbudowanie modelu symulacyjnego samolotu wymagało przeprowadzenia identyfikacji charakterystyk geometrycznych, masowych i aerodynamicznych samolotu. W tym celu wykorzystano publikacje książkowe dotyczące samolotu Tu-154M [4, 14, 17]. Nie zawierają one kompletu niezbędnych danych. Dlatego niektóre charakterystyki zostały obliczone metodami zawartymi w literaturze dotyczącej mechaniki lotu [6, 9, 16, 21]. W celu ich uwiarygodnienia zastosowano również komercyjne oprogramowanie [1]. Porównanie otrzymanych wartości obliczonych parametrów przedstawiono w tekście niniejszego raportu.

Odtworzenie lotu samolotu wymagało znajomości przebiegów sygnałów sterujących w trakcie lotu oraz wartości parametrów lotu w chwili początkowej obliczeń. Dane te odtworzono z raportów komisji badających katastrofę [19, 20] poprzez digitalizację odpowiednich przebiegów. W tym celu opracowano program komputerowy pozwalający przetworzyć wykresy z raportów w zbiór danych dogodnych do obliczeń. Tą samą metodą dokonano odczytu przebiegów zarejestrowanych parametrów lotu w celu końcowego ich porównania z wynikami obliczeń.

W symulacji założono, że zgodnie z raportami obu komisji samolot utracił fragment skrzydła. Zastosowane oprogramowanie, wykorzystując teorię pasmową skrzydła, umożliwia obliczanie sił aerodynamicznych powstających na skrzydle sprawnym i uszkodzonym.

Ponieważ zasadniczym celem była odpowiedź na pytanie "Czy samolot Tu-154M po utracie końcówki skrzydła wykonał półbeczkę, czy też nie?" symulację ograniczono do odtworzenia ostatnich 14-15 sekund lotu.

W celu przedstawienia całego "warsztatu obliczeniowego", a nie jedynie końcowych wyników, raport podzielony jest merytorycznie na kilka części, w których szczegółowo opisano przeprowadzone analizy.

W części pierwszej raportu przedstawiono pełny model obliczeniowy pokazując jakie równania były rozwiązywane oraz w jaki sposób określono charakterystyki samolotu¹. Posiłkowano się się tu własnymi opracowaniami [9, 10, 11, 12] oraz pracami wykonanymi pod kierunkiem autora [13, 22].

Druga część opracowania zawiera opis zastosowanych metod odtworzenia charakterystyk samolotu. Dotyczyło to charakterystyk aerodynamicznych, geometrycznych, masowych oraz charakterystyk układu napędowego. Przeprowadzono też walidację modelu obliczeniowego w oparciu o dostępne dane literaturowe dotyczące samolotu Tu-154M [4, 14, 17]. Oszacowano wartość siły oddziaływującej na skrzydło w chwili uderzenia w brzozę.

Trzecia część raportu szczegółowo pokazuje sposób określenia danych dotyczących odtwarzanego lotu. Bazowano na wartościach liczbowych oraz przebiegach pokazanych w raportach [19, 20]. Zidentyfikowano czasy charakterystyczne, przebiegi parametrów lotu oraz sterowania samolotem. Określono również położenie charakterystycznych punktów terenowych wykorzystując dane z raportów oraz z własnych pomiarów wykonanych z wykorzystaniem programu Google Earth. Przeprowadzono porównanie danych pochodzących z różnych źródeł.

W części czwartej pokazano wyniki symulacji, które porównano z zapisami rejestratorów. Wykonano szereg symulacji testując wpływ różnych czynników na wyniki obliczeń. Testy te przeprowadzono, ponieważ niektóre dane wejściowe można było określić jedynie szacunkowo.

¹ Niektóre z rysunków w części pierwszej maja charakter poglądowy i sylwetka samolotu nie odpowiada sylwetce samolotu Tu-154M. Nie ma to żadnego znaczenia dla prowadzonych analiz.

CZĘŚĆ I - MODEL MATEMATYCZNY

W obliczeniach zastosowano typowy, stosowany w mechanice lotu model fizyczny samolotu i będący jego konsekwencją opis matematyczny ruchu samolotu, a modelowanie oparto na następujących założeniach:

- 1. Samolot jest bryłą sztywną o stałej masie i niezmiennych momentach bezwładności².
- 2. Środek masy samolotu nie zmienia swojego położenia.
- 3. Powierzchnie sterowe są sztywne i nieważkie. Nie uwzględnia się dynamiki układu sterowania.
- 4. Nie uwzględnia się siły odśrodkowej będącej wynikiem ustalonego ruchu samolotu względem krzywizny Ziemi.
- 5. Pominięto siły grawitacji od ciał niebieskich oraz krzywiznę powierzchni Ziemi.

1. UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH

W modelowaniu wykorzystano zgodne z Polską Normą [18] prostokątne, prawoskrętne układy współrzędnych (rys.I.1.1 i I.1.2):



Rys.I.1.1. Układy współrzędnych Oxyz i $Ox_g y_g z_g$ oraz kąty przejścia pomiędzy nimi

² Ze względu na gwałtowną utratę fragmentu skrzydła pierwsze założenie nie jest w pełni spełnione, ale zdaniem autora wpływ zmiany masy i momentów bezwładności na dynamikę ruchu jest pomijalny.



Rys.I.1.2. Układy współrzędnych Oxyz i $Ox_a y_a z_a$ oraz kąty przejścia pomiędzy nimi

1.1. Układ związany z samolotem – Oxyz

Układ związany z samolotem określa się następująco:

- początek układu leży w środku masy samolotu punkcie *O*;
- płaszczyzna Oxz jest płaszczyzną symetrii geometrycznej, masowej i aerodynamicznej samolotu /nieuszkodzonego/;
- oś podłużna Ox leży w płaszczyźnie symetrii samolotu, stanowi główną oś bezwładności samolotu i ma zwrot w kierunku nosa samolotu;
- oś boczna Oy jest prostopadła do płaszczyzny symetrii i ma zwrot w kierunku prawego skrzydła;
- oś Oz leży w płaszczyźnie symetrii samolotu i ma zwrot w kierunku dolnej powierzchni kadłuba.

1.2. Układ związany z przepływem – $Ox_a y_a z_a$

Układ związany z przepływem określa się następująco:

- początek układu leży w środku masy samolotu punkcie *O*;
- oś podłużna Ox_a jest skierowana wzdłuż wektora V_{*} prędkości samolotu względem powietrza;
- oś Oz_a leży w płaszczyźnie symetrii samolotu i ma zwrot w kierunku dolnej powierzchni kadłuba;
- oś Oy_a ma zwrot w kierunku prawego skrzydła i jest skierowana tak by układ był prawoskrętny.

1.3. Nieruchomy układ związany z Ziemią – $O_g x_g y_g z_g$

Nieruchomy układ związany z Ziemią określa się następująco:

- początek układu leży w dowolnie wybranym punkcie na powierzchni Ziemi punkcie O_g;
- oś $O_g x_g$ ma kierunek wzdłuż początkowego kierunku lotu; leży w płaszczyźnie horyzontu;
- oś O_g y_g ma kierunek prostopadły do początkowego kierunku lotu i skierowana jest w prawo; leży w płaszczyźnie horyzontu;
- oś $O_{g} z_{g}$ skierowana jest pionowo w dół i pokrywa się z promieniem Ziemi;
- płaszczyzna $O_g x_g y_g$ jest płaszczyzną powierzchni Ziemi.

Układ $O_g x_g y_g z_g$ jest przyjmowany jako inercjalny.

1.4. Ruchomy układ związany z Ziemią – $Ox_g y_g z_g$

Układ ten ma osie równoległe do odpowiadających im osi układu $O_g x_g y_g z_g$. Jego początek znajduje się w środku masy samolotu - punkcie *O*. Układ ten przemieszcza się wraz z samolotem.

1.5. Wzajemne położenie układów współrzędnych

Opisane układy związane są ze sobą następującymi kątami (rys.I.1.1 i I.1.2):

- 1. Układy Oxyz i $Ox_g y_g z_g$:
 - kątem pochylenia Θ jest to kąt zawarty między osią Oxi lokalną płaszczyzną poziomą $Ox_g y_g$;
 - kąt odchylenia Ψ jest to kąt zawarty między rzutem osi Ox na płaszczyznę poziomą $Ox_g y_g$ i osią Ox_g ;
 - kątem przechylenia Φ jest to kąt zawarty między osią Oz a krawędzią płaszczyzn Oxz_g i Oyz.
- 2. Układy *Oxyz* i $Ox_a y_a z_a$:
 - kątem natarcia α jest to kąt pomiędzy rzutem wektora prędkości V_* na płaszczyznę symetrii samolotu Oxz i osią podłużną samolotu Ox;
 - kątem ślizgu β jest to kąt pomiędzy wektorem prędkości **V**_{*} i płaszczyzną symetrii samolotu Oxz.

1.6. Macierze przejść pomiędzy układami współrzędnych

Macierz przejścia $\mathbf{L}_{s/a}$ z układu osi przepływu $Ox_a y_a z_a$ do układu związanego z samolotem Oxyz otrzymuje się dokonując obrotów kolejno o kąty β i α (rys.I.1.2). Wektor, który w układzie $Ox_a y_a z_a$ ma składowe $[x_a, y_a, z_a]^T$ będzie w układzie Oxyz miał składowe $[x, y, z]^T$. Zachodzi następujący związek [9]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/a} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}$$
(I.1.1)

gdzie macierz $\mathbf{L}_{s/a}$ jest równa

$$\mathbf{L}_{s/a} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\\ \sin\beta & \cos\beta & 0\\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(I.1.2)

Macierz przejścia $\mathbf{L}_{s/g}$ z układu $Ox_g y_g z_g$ do układu Oxyz otrzymuje się dokonując obrotów kolejno o kąty: Ψ , Θ , Φ (rys.I.1.1). Wektor, który w układzie $Ox_g y_g z_g$ ma składowe $[x_g, y_g, z_g]^T$ będzie w układzie Oxyz miał składowe $[x, y, z]^T$. Zachodzi zatem następujący związek /[9]/:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = L_{s/g} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix}$$
(I.1.3)

gdzie macierz $\mathbf{L}_{s/g}$ jest równa:

$$\mathbf{L}_{s/g} = \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \Theta & \sin \Psi \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi - \sin \Psi \cos \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi + \cos \Psi \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi - \cos \Psi \sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix} (I.1.4)$$

2. OKREŚLENIE RÓWNAŃ RUCHU

Poniżej zostaną określone równania przestrzennego ruchu samolotu. Do opisu ruchu konieczne jest dokonanie bilansu sił oraz momentów działających na samolot. W efekcie otrzymuje się układ sześciu równań różniczkowych zwyczajnych, które należy uzupełnić

związkami kinematycznymi dotyczącymi kątów Ψ , Θ , Φ oraz współrzędnych x_g , y_g , z_g środka masy samolotu w układzie $O_g x_g y_g z_g$. Równania te tworzą zamknięty układ dwunastu równań różniczkowych zwyczajnych z dwunastoma niewiadomymi stanowiącymi wektor parametrów lotu. W niniejszej pracy są to:

$$\left[u, v, w, p, q, r, \Psi, \Theta, \Phi, x_g, y_g, z_g\right]^T$$

gdzie:

u, *v*, *w* – składowe w układzie O_{xyz} wektora prędkości bezwzględnej samolotu **V** (prędkości w układzie inercjalnym $O_g x_g y_g z_g$);

 $p, q, r - składowe w układzie Oxyz wektora prędkości kątowej <math>\Omega$ tego układu względem układu inercjalnego $O_g x_g y_g z_g; p - prędkość przechylania, q - prędkość pochylania, <math>r - prędkość odchylania.$

Pozostałe parametry zostały określone wcześniej.

2.1. Równania ruchu środka masy samolotu

Postać równań

Wektorowe równanie ruchu środka masy samolotu ma następującą postać:

$$\frac{d(m\mathbf{V})}{dt} = \frac{\partial(m\mathbf{V})}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times (m\mathbf{V}) = \mathbf{F} + \mathbf{T}$$
(I.2.1)

gdzie:

m – masa samolotu;

- \mathbf{F} wypadkowy wektor sił działających na samolot w normalnych warunkach lotu o składowych $\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]^T$;
- **T** wektor siły działającej na samolot w chwili uderzenia w brzozę o składowych $\mathbf{T} = [T_x, T_y, T_z]^T;$
- $\frac{d}{dt} \text{pochodna w układzie inercjalnym;}$ $\frac{\partial}{\partial t} \text{pochodna w ruchomym układzie nieinercjalnym.}$

Na rysunku I.2.1 pokazano układ współrzędnych związany z samolotem *Oxyz*. Zaznaczono tu dodatnie zwroty sił, momentów sił oraz prędkości liniowych i kątowych.



Rys. I.2.1. Zwroty sił, momentów i prędkości w układzie związanym z samolotem Równanie (I.2.1) jest równoważne trzem równaniom skalarnym, które w układzie Oxyz mają postać:

$$m(u + qw - rv) = F_{x}$$

$$m(v + ru - pw) = F_{y}$$

$$m(w + pv - qu) = F_{z}$$
(I.2.2)

Siły działające na samolot w normalnych warunkach lotu

Na samolot działają siły: siła ciągu zespołu napędowego, siła grawitacyjna, siła aerodynamiczna. Przyjęto, że ciąg zespołu napędowego **P** jest zgodny co do kierunku i zwrotu z osią Ox. Oznacza to, że w układzie Oxyz ma on tylko jedną składową $\mathbf{P} = \left[\sum_{i} P_{i}, 0, 0\right]^{T}$ ³. Siła ciężkości $m\mathbf{g}$ ma w układzie ziemskim jedną składową $m\mathbf{g} = [0, 0, mg]^{T}$. Natomiast siła aerodynamiczna **R** ma w układzie osi przepływu $Ox_{a}y_{a}z_{a}$ trzy składowe $\mathbf{R} = \left[R_{x_{a}}, R_{y_{a}}, R_{z_{a}}\right]^{T}$. Składowe te oblicza się z zależności:

$$R_{x_{a}} = -P_{xa} = -C_{xa} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S$$

$$R_{y_{a}} = P_{ya} = -C_{ya} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S$$

$$R_{z_{a}} = -P_{za} = -C_{za} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S$$
(I.2.3)

³ *i* oznacza numer silnika *i*=1,2,3.

gdzie: P_{xa} – siła oporu;

 P_{ya} – siła boczna;

 P_{za} – siła nośna;

S – powierzchnia skrzydła;

 ρ – gęstość powietrza;

 C_{xa} , C_{ya} , C_{za} – współczynniki sił określone w dalszej części pracy.

Wykorzystując opisane w rozdziale 1.6 niniejszej części macierze przejścia pomiędzy układami można obliczyć poszczególne składowe wektora \mathbf{F} w układzie związanym z samolotem *Oxyz*:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i P_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{s/a} \begin{bmatrix} R_{x_a} \\ R_{y_a} \\ R_{z_a} \end{bmatrix}$$
(I.2.4)

Prędkość samolotu względem powietrza, kąt natarcia i ślizgu

Występujący we wzorach (I.2.3) symbol V_* jest długością wektora prędkości samolotu względem powietrza. Wektor ten jest równy różnicy pomiędzy prędkością bezwzględną **V** i prędkością wiatru \mathbf{V}_w /rys. I.2.2/. Jeżeli wektor \mathbf{V}_w jest określony w układzie $O_g x_g y_g z_g$ i ma w nim następujące składowe $[u_{wg}, v_{wg}, w_{wg}]^T$, to składowe wektora prędkości samolotu względem powietrza określone w układzie związanym z samolotem O_{xyz} można obliczyć z zależności:

$$\mathbf{V}_{*} = \mathbf{V} - \mathbf{V}_{w} = \begin{bmatrix} u_{*} \\ v_{*} \\ w_{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} u_{wg} \\ v_{wg} \\ w_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - u_{w} \\ v - v_{w} \\ w - w_{w} \end{bmatrix}$$
(I.2.5)

gdzie: u_w , v_w , w_w są składowymi prędkości wiatru w układzie związanym z samolotem⁴.

Znajomość składowych prędkości samolotu względem powietrza u_* , v_* , w_* pozwala obliczyć kąt ślizgu β i kąt natarcia α samolotu pokazane na rysunku I.2.2. Są one odpowiednio równe:

$$\alpha = \arctan \frac{w_*}{u_*} \tag{I.2.6}$$

$$\beta = \arcsin \frac{v_*}{\sqrt{u_*^2 + v_*^2 + w_*^2}}$$
(I.2.7)

 $^{^4}$ W analizie prędkość wiatru nie będzie uwzględniana, co oznacza, że $\mathbf{V}_{*}\!\!=\!\!\mathbf{V}.$



Rys.I.2.2. Określenie kąta ślizgu i kąta natarcia

Współczynniki sił aerodynamicznych

Dokładny opis wyznaczenia charakterystyk aerodynamicznych zawarty jest w części II. Poniżej przedstawiono tylko informacje pozwalające na otrzymanie ostatecznej postaci równań ruchu.

W analizie założono, że występujące w wyrażeniach (I.2.3) współczynniki C_{xa} , C_{ya} i C_{za} są funkcjami kątów natarcia i ślizgu, zaś w przypadku współczynnika C_{za} również prędkości zmiany kąta natarcia $d\alpha/dt$, prędkości kątowej pochylania q i kąt wychylenia steru wysokości δ_{μ}^{5} :

$$C_{xa} = C_{xa}(\alpha), \quad C_{ya} = C_{ya}(\beta), \quad C_{za} = C_{za}(\alpha, \alpha, q, \delta_H)$$
(I.2.8)

Należy zwrócić uwagę na fakt, że współczynnik siły nośnej zależy między innymi od pochodnej względem czasu kąta natarcia samolotu α . Jest to efekt spóźniania się strumienia spływającego ze skrzydła w kierunku usterzenia poziomego. W dalszych obliczeniach przyjęto następującą zależność określającą współczynnik C_{za}^{6} :

$$C_{za} = C_{za\,\text{stat}}(\alpha) + C_{za}^{\alpha}\alpha + C_{za}^{q}q + C_{za}^{\delta_{H}}\delta_{H}$$
(I.2.9)

 $C_{\text{za stat}}(\alpha)$ jest statyczną częścią współczynnika siły nośnej zależna jedynie od kąta natarcia.

Pochodna kąta natarcia względem czasu, przekształcenie równań ruchu środka masy

Równania (I.2.2) określone są w układzie *Oxyz* związanym z samolotem w związku z czym kąt natarcia nie jest jednym z wyliczanych parametrów lotu. Dlatego też należy określić

 $^{^{5}}$ W pracy pominięto wpływ liczby Macha na charakterystyki aerodynamiczne, ponieważ obliczenia prowadzono dla zakresu nieściśliwego (*Ma*<0.4).

⁶ W pracy stosowane są skrótowe oznaczenia symbolizujące pochodne względem poszczególnych parametrów. Mają one postać: $C_{za}^{a} = \frac{\partial C_{za}}{\partial \alpha}$, $C_{za}^{q} = \frac{\partial C_{za}}{\partial \alpha}$ itd.

związek pomiędzy pochodną α i pochodnymi prędkości u_* i w_* . W tym celu wykorzystać można wyrażenie (I.2.6). Otrzymuje się wówczas:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \dot{\alpha} = \frac{1}{1 + \left(\frac{w_*}{u_*}\right)^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_*}{u_*}\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{w_*}{u_*}\right)^2} \cdot \frac{\dot{w}_* u_* - w_* \dot{u}_*}{u_*^2} = \frac{\dot{w}_* u_* - w_* \dot{u}_*}{u_*^2 + w_*^2} = \frac{\dot{w}_* u_* - \dot{w}_* \dot{u}_*}{u_*^2 + w_*^2} = \frac{\dot{w}_* u_* u_* \dot{u}_*}{u_*^2 + w_*^2} = \frac{\dot{w}_* u_* u_* \dot{u}_*}{u_*^2 + w_*^2} = \frac{\dot{w}_* u_* \dot{u}_*}{u_*^2 + w_*^2}$$

W równaniu powyższym oznaczono:

$$a = -\frac{w_*}{u_*^2 + w_*^2} \tag{I.2.10.1}$$

$$b = \frac{u_*}{u_*^2 + w_*^2} \tag{I.2.10.2}$$

Jeżeli związek (I.2.9) zapisać w innej formie:

$$C_{za} = C_{za}^* + C_{za}^a \dot{\alpha}$$
(I.2.11)

gdzie oznaczono:

$$C_{za}^* = C_{za\,\text{stat}}(\alpha) + C_{za}^q q + C_{za}^{\delta_H} \delta_H$$
(I.2.11.1)

przy uwzględnieniu, że:

$$C_{za}^{\alpha}\alpha = C_{za}^{\alpha}(a\dot{u}_{*} + b\dot{w}_{*}) = A_{z}\dot{u}_{*} + B_{z}\dot{w}_{*}$$
(I.2.11.2)

gdzie:

$$A_z = C_{za}^{a} a$$
 (I.2.11.2.1)

$$B_z = C_{za}^{\alpha} b$$
 (I.2.11.2.2)

otrzymuje się następujące wyrażenie określające siłę nośną samolotu:

$$P_{za} = C_{za} \frac{\rho V_*^2}{2} S = P_{za}^* + P_{za}^* \dot{u}_* + P_{za}^* \dot{w}_*$$
(I.2.12)

Poszczególne składniki w (I.2.12) są równe:

$$P_{za}^{*} = C_{za}^{*} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S$$
 (I.2.12.1)

$$P_{za}^{\mu} = A_z \frac{\rho V_*^2}{2} S \tag{I.2.12.2}$$

$$P_{za}^{W} = B_{z} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S$$
 (I.2.12.3)

Uwzględniając hipotezę Taylora dotyczącą ewolucji w czasie struktury pola wiatru⁷, można przyjąć, że:

$$\dot{u}_* = \dot{u}, \quad \dot{v}_* = \dot{v}, \quad \dot{w}_* = \dot{w}$$
 (I.2.13)

Biorąc pod uwagę powyższe zależności, pierwsze i trzecie równanie z układu (I.2.2) przekształca się do postaci:

$$\left(1 - \frac{F_x^a}{m}\right) \dot{u} - \frac{F_x^w}{m} \dot{w} = \frac{F_x^*}{m} + rv - qw$$
(I.2.14)

$$-\frac{F_{z}^{u}}{m}\dot{u} + \left(1 - \frac{F_{z}^{w}}{m}\right)\dot{w} = \frac{F_{z}^{*}}{m} + qu - pv$$
(I.2.15)

W równaniach tych poszczególne elementy są odpowiednio równe:

$$F_{x}^{*} = \sum_{i} P_{i} + (L_{s/g})_{13} \cdot mg - (L_{s/a})_{11} \cdot P_{xa} + (L_{s/a})_{12} \cdot P_{ya} - (L_{s/a})_{13} \cdot P_{za}^{*}$$

$$F_{x}^{a} = -(L_{s/a})_{13} P_{za}^{a}$$

$$F_{x}^{w} = -(L_{s/a})_{13} P_{za}^{w}$$

$$F_{z}^{*} = (L_{s/g})_{33} \cdot mg - (L_{s/a})_{31} \cdot P_{xa} + (L_{s/a})_{32} \cdot P_{ya} - (L_{s/a})_{33} \cdot P_{za}^{*}$$

$$F_{z}^{a} = -(l_{s/a})_{33} P_{za}^{a}$$

$$F_{z}^{w} = -(l_{s/a})_{33} P_{za}^{w}$$
(I.2.16)

Równania (I.2.14) i (I.2.15) stanowią układ dwóch równań z którego można obliczyć pochodne względem czasu prędkości *u* i *w*:

$$\dot{u} = \frac{\left(\frac{F_{x}^{*}}{m} + rv - qw\right)\left(1 - \frac{F_{z}^{w}}{m}\right) + \left(\frac{F_{z}^{*}}{m} + qu - pv\right)\frac{F_{x}^{w}}{m}}{\left(1 - \frac{F_{x}^{w}}{m}\right)\left(1 - \frac{F_{z}^{w}}{m}\right) - \frac{F_{z}^{u}}{m}\frac{F_{x}^{w}}{m}}$$
(I.2.17)

$$w = \frac{\left(\frac{F_{z}^{*}}{m} + qu - pv\right)\left(1 - \frac{F_{x}^{u}}{m}\right) + \left(\frac{F_{x}^{*}}{m} + rv - qw\right)\frac{F_{z}^{u}}{m}}{\left(1 - \frac{F_{x}^{u}}{m}\right)\left(1 - \frac{F_{z}^{w}}{m}\right) - \frac{F_{z}^{u}}{m}\frac{F_{x}^{w}}{m}}$$
(I.2.18)

⁷ Hipoteza ta jest tu przywołana ze względu na wykorzystanie opracowań, w których badano wpływ turbulencji na lot samolotu i nie ma w rozpatrywanym zagadnieniu znaczenia.

Drugie z równań układu (I.2.2) pozwala obliczyć pochodną składowej bocznej prędkości bezwzględnej:

$$v = \frac{F_y}{m} + pw - ru \tag{I.2.19}$$

Zgodnie z wyrażeniem (I.2.4), uwzględniając, że $(L_{s/a})_{23} = 0$, składowa F_y siły **F** jest równa:

$$F_{y} = (L_{s/g})_{23} \cdot mg - (L_{s/a})_{21} \cdot P_{xa} + (L_{s/a})_{22} \cdot P_{ya}$$
(I.2.20)

2.2. Równania ruchu obrotowego samolotu

Postać równań

Ogólna postać wektorowego równania równowagi momentów sił jest następująca:

$$\frac{d(\mathbf{K})}{dt} = \frac{\partial(\mathbf{K})}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}_{aer} + \mathbf{M}_{gir} + \mathbf{M}_{P} + \mathbf{M}_{T}$$
(I.2.21)

gdzie: K - wektor momentu pędu (kręt) samolotu;

 \mathbf{M}_{aer} - wypadkowy moment sił aerodynamicznych działających na samolot, który w ruchomym układzie współrzędnych *Oxyz* ma składowe $\mathbf{M}_{aer} = [L, M, N]^T$ /rys. I.2.1/;

 \mathbf{M}_{gir} - moment giroskopowy, który w ruchomym układzie współrzędnych Oxyz ma składowe

$$\mathbf{M}_{gir} = \begin{bmatrix} L_{gir}, M_{gir}, N_{gir} \end{bmatrix}^{T};$$

 \mathbf{M}_{P} - moment sił ciągu silników⁸;

 \mathbf{M}_{T} - moment sił zewnętrznych działający w chwili uderzenia w brzozę.

Dla bryły sztywnej, którą zgodnie z założeniami jest samolot, kręt określony jest następująco:

$$\mathbf{K} = \mathbf{\hat{I}}\mathbf{\Omega} \tag{I.2.22}$$

W powyższym wzorze $\hat{\mathbf{l}}$ jest tensorem momentów bezwładności samolotu:

$$\mathbf{\hat{I}} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$
(I.2.23)

W układzie związanym z samolotem O_{xyz} momenty bezwładności są niezmienne tzn. $\frac{\partial \hat{\mathbf{I}}}{\partial t} = 0$. Uwzględniając to można obliczyć:

$$\frac{\partial(\mathbf{K})}{\partial t} = \frac{\partial(\mathbf{\hat{I}}\Omega)}{\partial t} = \frac{\partial(\mathbf{\hat{I}})}{\partial t}\Omega + \mathbf{\hat{I}}\frac{\partial\Omega}{\partial t} = \mathbf{\hat{I}}\frac{\partial\Omega}{\partial t}$$
(I.2.24)

⁸ Moment ten zostanie uwzględniony przy wyliczaniu współczynnika momentu pochylającego *C_m* - rozdział 1.1.3 części II.

Wykorzystując powyższą zależność w równaniu (I.2.21) otrzymuje się układ trzech równań skalarnych opisujących ruch obrotowy samolotu w ruchomym układzie współrzędnych *Oxyz* związanym z samolotem:

$$I_{x}\dot{p} - I_{yz}(q^{2} - r^{2}) - I_{zx}(\dot{r} + pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp) - (I_{y} - I_{z})qr = L + L_{gir}$$

$$I_{y}\dot{q} - I_{zx}(r^{2} - p^{2}) - I_{xy}(\dot{p} + qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) - (I_{z} - I_{x})rp = M + M_{gir}$$

$$I_{z}\dot{r} - I_{xy}(p^{2} - q^{2}) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr) - (I_{x} - I_{y})pq = N + N_{gir}$$
(I.2.25)

Płaszczyzna *Oxz* jest płaszczyzną symetrii samolotu, w związku z czym prawdziwe są zależności:

$$I_{xy} = I_{yx}$$

 $I_{zy} = I_{yz} = 0$
(I.2.26)

Równania (I.2.25) upraszczają się:

$$I_{x}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) - (I_{y} - I_{z})qr = L + L_{gir}$$

$$I_{y}\dot{q} - I_{xz}(r^{2} - p^{2}) - (I_{z} - I_{x})rp = M + M_{gir}$$

$$I_{z}\dot{r} - I_{xz}(\dot{p} - qr) - (I_{x} - I_{y})pq = N + N_{gir}$$
(I.2.27)

Układ ten można przekształcić do końcowej postaci:

$$p = \frac{1}{I_{x}I_{z} - I_{xz}^{2}} \left\{ \left[L + L_{gir} + (I_{y} - I_{z})qr + I_{xz}pq \right] I_{z} + \left[N + N_{gir} + (I_{x} - I_{y})pq - I_{xz}qr \right] I_{xz} \right\}$$

$$q = \frac{1}{I_{y}} \left[M + M_{gir} + (I_{z} - I_{x})rp + I_{xz}(r^{2} - p^{2}) \right]$$

$$r = \frac{1}{I_{x}I_{z} - I_{xz}^{2}} \left\{ \left[L + L_{gir} + (I_{y} - I_{z})qr + I_{xz}pq \right] I_{xz} + \left[N + N_{gir} + (I_{x} - I_{y})pq - I_{xz}qr \right] I_{x} \right\}$$

$$(I.2.28)$$

Momenty sił działające na samolot

Momentami działającymi na samolot są momenty aerodynamiczne oraz w ogólnym przypadku: moment giroskopowy od wirujących elementów np. wirnik sprężarki, wirnik turbiny, jak również śmigła⁹.

Momenty aerodynamiczne są odpowiednio równe:

- moment przechylający:
$$L = C_l \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$$

- moment pochylający: $M = C_m \frac{\rho V_*^2}{2} Sb_a$ (I.2.29)

⁹ W rozważanym przypadku uwzględniono też moment od siły działającej na skrzydło w chwili utraty końcówki skrzydła.

- moment odchylający:

$$N = C_n \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$$

Występujące w tych zależnościach współczynniki C_l , C_m i C_n określone będą w dalszej części pracy Ponadto oznaczono: l – rozpiętość skrzydła, b_a – średnia cięciwa aerodynamiczna. Moment giroskopowy jest równy:

$$\mathbf{M}_{gir} = \sum_{i} J_{i} \boldsymbol{\omega}_{i} \times \boldsymbol{\Omega}$$
(I.2.30)

gdzie: J_i - moment bezwładności *i*-tego silnika samolotu;

 $\boldsymbol{\omega}_i$ - wektor prędkości obrotowej *i*-tego silnika, który w układzie związanym z samolotem *Oxyz* ma składowe $\boldsymbol{\omega}_i = [\omega_i, 0, 0]$.

Wykonując mnożenie wektorowe otrzymuje się¹⁰:

$$L_{gir} = 0$$

$$M_{gir} = -r \sum_{i} J_{i} \omega_{i}$$

$$N_{gir} = q \sum_{i} J_{i} \omega_{i}$$
(I.2.31)

2.3. Związki kinematyczne

Określone powyżej równania równowagi sił i momentów należy uzupełnić związkami kinematycznymi, które pozwalają obliczyć prędkość zmiany kątów Θ , Φ i Ψ , określających przestrzenne położenie samolotu. Prędkości te wyznacza się w oparciu o znane wartości prędkości kątowych *p*, *q* i *r*:

$$\Phi = p + (r \cos \Phi + q \sin \Phi) tg\Theta$$

$$\Theta = q \cos \Phi - r \sin \Phi$$
 (I.2.32)

$$\Psi = \frac{1}{\cos \Theta} (r \cos \Phi + q \sin \Phi)$$

Znając składowe prędkości bezwzględnej w układzie związanym z samolotem u, v, w można obliczyć składowe tej prędkości w układzie związanym z Ziemią $O_g x_g y_g z_g$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{g} \\ \dot{y}_{g} \\ z_{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{g} \\ v_{g} \\ w_{g} \end{bmatrix} = L_{s/g}^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$
(I.2.33)

¹⁰ Ponieważ momenty bezwładności silników nie są znane, momenty giroskopowe w obliczeniach przyjęto za równe zeru.

2.4. Końcowa postać układu równań

Sumując określone powyżej równania (I.2.17), (I.2.18), (I.2.19), (I.2.28), (I.2.32) i (I.2.33) otrzymuje się układ dwunastu nieliniowych równań różniczkowych, których rozwiązanie pozwala symulować dynamikę ruchu samolotu i stanowi podstawę do analiz przeprowadzonych w niniejszej pracy.

$$\begin{split} u &= \frac{\left(\frac{F_{x}^{*}}{m} + rv - qw\right) \left(1 - \frac{F_{x}^{*}}{m}\right) + \left(\frac{F_{x}^{*}}{m} + qu - pv\right) \frac{F_{x}^{*}}{m}}{\left(1 - \frac{F_{x}^{a}}{m}\right) \left(1 - \frac{F_{x}^{a}}{m}\right) - \frac{F_{z}^{a}}{m} \frac{F_{x}^{*}}{m}}{m}} \\ v &= \frac{F_{y}}{m} + pw - ru \\ w &= \frac{\left(\frac{F_{z}^{*}}{m} + qu - pv\right) \left(1 - \frac{F_{x}^{a}}{m}\right) + \left(\frac{F_{x}^{*}}{m} + rv - qw\right) \frac{F_{z}^{a}}{m}}{\left(1 - \frac{F_{x}^{a}}{m}\right) \left(1 - \frac{F_{z}^{a}}{m}\right) - \frac{F_{z}^{a}}{m} \frac{F_{x}^{*}}{m}}{m}} \\ p &= \frac{1}{I_{x}I_{z} - I_{xz}^{2}} \left\{ \left[L + L_{gir} + (I_{y} - I_{z})qr + I_{xz}pq\right]I_{z} + \left[N + N_{gir} + (I_{x} - I_{y})pq - I_{xz}qr\right]I_{xz} \right\} \\ q &= \frac{1}{I_{y}} \left[M + M_{gir} + (I_{z} - I_{x})rp + I_{xz}(r^{2} - p^{2})\right] \\ r &= \frac{1}{I_{x}I_{z} - I_{xz}^{2}} \left\{ \left[L + L_{gir} + (I_{y} - I_{z})qr + I_{xz}pq\right]I_{xz} + \left[N + N_{gir} + (I_{x} - I_{y})pq - I_{xz}qr\right]I_{x} \right\} \\ \Phi &= p + (r\cos \Phi + q\sin \Phi)tg\Theta \\ \Theta &= q\cos \Phi - r\sin \Phi \\ \Psi &= \frac{1}{\cos\Theta}(r\cos \Phi + q\sin \Phi) \\ \left[\frac{x_{y}}{y_{g}}\right]_{z} = \frac{u_{x}}{v_{g}} = L_{x}^{-1} \left[\frac{u}{v}\right] \\ w \end{bmatrix}$$

Układ ten można zapisać w sposób ogólny:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}, \mathbf{S}) \tag{I.2.35}$$

Wektor X jest wektorem parametrów lotu samolotu o następujących składowych:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u, v, w, p, q, r, \Phi, \Theta, \Psi, x_g, y_g, z_g \end{bmatrix}^T$$

Wektor S jest wektorem sterowania o składowych:

$$\mathbf{S} = \left[P, \delta_H, \delta_V, \delta_L \right]$$

gdzie: P - sumaryczny ciąg układu napędowego samolotu;

 δ_{H} - kąt wychylenia steru wysokości;

 δ_v - kąt wychylenia steru kierunku;

 δ_L - kąt wychylenia lotek.

Sposób określenia sił i momentów aerodynamicznych występujących po prawych stronach układu (I.2.34) będzie przedstawiony w części II opracowania.

3. SIŁY I MOMENTY DZIAŁAJĄCE NA SAMOLOT

3.1. Opis metody obliczeniowej

W rozdziale 2.1 pokazano ogólne wyrażenia pozwalające obliczyć siły aerodynamiczne, zaś w rozdziale 2.2 momenty aerodynamiczne. Można je obliczyć z pokazanych tam wyrażeń, jeżeli znane są globalne współczynniki aerodynamiczne samolotu. W niniejszym opracowaniu zrezygnowano z takiego sposobu obliczeń uwzględniając, że siły i momenty aerodynamiczne powstają w wyniku opływu kadłuba, skrzydła i usterzenia:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k} + \mathbf{R}_{sk} + \mathbf{R}_{H} + \mathbf{R}_{V}$$
$$\mathbf{M}_{aer} = \mathbf{M}_{k} + \mathbf{M}_{sk} + \mathbf{M}_{H} + \mathbf{M}_{V}$$

Metoda obliczeniowa zastosowana w niniejszej pracy zakłada, że siły i momenty generowane przez kadłub i usterzenie oblicza się w sposób konwencjonalny w oparciu o znajomość ich charakterystyk aerodynamicznych, wykorzystując zależności literaturowe [6, 9, 16, 21], natomiast siły i momenty powstające w wyniku opływu skrzydła określa się poprzez całkowanie odpowiednich wyrażeń wzdłuż jego rozpiętości. Oznacza to, że w odniesieniu do układu kadłub-usterzenie siły w układzie związanym z przepływem $Ox_ay_az_a$ są odpowiednio równe:

- siła oporu:
$$P_{xa k-H-V} = C_{xa k-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} S$$

- siła boczna:

$$P_{yak-H-V} = C_{yak-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} S$$
(I.3.1)

- siła nośna:
$$P_{zak-H-V} = C_{zak-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} S$$

Podobnie obliczano współczynniki momentów aerodynamicznych działających na układ kadłub-usterzenie w układzie związanym z samolotem *Oxyz*:

- moment przechylający:
$$L_{k-H-V} = C_{lk-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$$

- moment pochylający: $M_{k-H-V} = C_{mk-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} Sb_a$ (I.3.2)

- moment odchylający: $N_{\text{k-H-V}} = C_{n\text{k-H-V}} \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$

Współczynniki aerodynamiczne sił i momentów można wyznaczyć w oparciu o znajomość współczynników aerodynamicznych poszczególnych elementów konstrukcyjnych z uwzględnieniem ich powierzchni S_k , S_H , S_V oraz współczynników tłumienia strumienia w obszarze usterzenia poziomego k_H i pionowego k_V :

$$C_{ik-H-V} = C_{ik} \frac{S_k}{S} + C_{iH} \frac{S_H}{S} k_H + C_{iV} \frac{S_V}{S} k_V, \qquad (i=xa, ya, za, l, m, n)$$
(I.3.3)

Sposób określenia składników współczynników, które zależą od kadłuba i usterzenia będzie przedstawione w rozdziale 1 części II. Natomiast w przypadku skrzydła do obliczenia sił i momentów aerodynamicznych zastosowano metodę opisaną poniżej w rozdziale 3.2 części I.

3.2. Siły i momenty aerodynamiczne skrzydła

Jak zaznaczono powyżej, siły i momenty aerodynamiczne skrzydła obliczano poprzez całkowanie odpowiednich wyrażeń wzdłuż skrzydła samolotu¹¹. W tym celu dla każdego profilu skrzydła określono lokalny układ współrzędnych $P\rho\kappa\tau$. Układ ten pokazany został na rysunku I.3.1. Definiowany on jest następująco:

Początek układu położony jest w punkcie *P* leżącym na na ¼ cięciwy. Oś *P* ρ pokrywa się z cięciwą i skierowana jest w kierunku noska profilu¹². Płaszczyzna *P* $\rho\tau$ jest płaszczyzną profilu. Oś *P* κ jest prostopadła do płaszczyzny *P* $\rho\tau$ i skierowana w kierunku końca skrzydła.

Punkt *P* ma w układzie związanym z samolotem *Oxyz* współrzędne (x_P , y_P , z_P). Punkty *P* kolejnych profili skrzydła skośnego wyznaczają linię ¹/₄ cięciw. Przyjmując y_P za

¹¹ W inny sposób obliczano moment pochylający - wykorzystano globalną charakterystykę odnoszącą się do całego samolotu.

¹² Jeżeli skrzydło nie ma skręcenia geometrycznego, to oś $P\rho$ jest równoległa do osi podłużnej samolotu Ox.

współrzędną niezależną można dwie pozostałe współrzędne tego punktu zapisać jako $x_P(y_P)$ oraz $z_P(y_P)$. W ogólnym przypadku linia ¹/₄ cięciw jest krzywą.

Wprowadzając pomocniczy układ współrzędnych *O'xyz*, którego osie są równoległe do osi układu *Oxyz*, zaś jego początek *O'* położony jest w punkcie o współrzędnych $(x_{O'}, 0, z_{O'})^{13}$ i zakładając, że samolot ma skrzydło o stałym skosie χ_{sk} oraz wzniosie ψ_{sk} położenie punktu *P* w układzie związanym z samolotem można opisać zależnościami:

$$x_{p} = x_{O'} + x_{p} = x_{O'} - y_{p} \tan \chi_{sk}$$
(I.3.4)

$$z_{P} = z_{O'} + z_{P} = z_{O'} - y_{P} \frac{\tan \psi_{sk}}{\cos \chi_{sk}}$$
(I.3.5)



Rys.I.3.1. Położenie układu związanego z profilem skrzydła względem układu Oxyz oraz elementarne siły generowane przez profil

Macierz przejścia $\mathbf{L}_{s/p}$ z układu *Pp\kappa\tau* do układu *Oxyz* otrzymuje się dokonując kolejnych obrotów:

- obrót o kąt skręcenia skrzydła φ_{sk} sprowadza cięciwę profilu (oś *P*ρ) do płaszczyzny równoległej do płaszczyzny *Oxy*;
- obrót o kąt wzniosu skrzydła ψ_{sk} sprowadza skrzydło do płaszczyzny Oxy tzn. oś Pκ
 po obrocie leży w płaszczyźnie Oxy;
- obrót o kąt skosu skrzydła χ_{sk} sprowadza skrzydło do płaszczyzny Oxy tzn. oś Pκ po obrocie jest równoległa do osi Oy;

Wektor, który w układzie $P\rho\kappa\tau$ ma składowe [ρ , κ , τ] będzie w układzie *Oxyz* miał składowe [x, y, z]^T, Zachodzi następujący związek:

¹³ Punkt ten leży na przecięciu linii ¼ cięciw z płaszczyzną symetrii samolotu Oxz.

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \kappa \\ \tau \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{p/s} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(I.3.6)

gdzie macierz $\mathbf{L}_{\text{s/p}}$ transformacji jest równa:

$$\mathbf{L}_{p/s} = \begin{bmatrix} \cos\phi_{sk}\cos\chi_{sk} + \sin\psi_{sk}\sin\phi_{sk}\sin\chi_{sk} & \cos\phi_{sk}\sin\chi_{sk} - \cos\chi_{sk}\sin\phi_{sk}\sin\psi_{sk} & -\cos\psi_{sk}\sin\phi_{sk} \\ \cos\psi_{sk}\sin\chi_{sk} & \cos\chi_{sk}\cos\psi_{sk} & -\sin\psi_{sk} \\ \cos\chi_{sk}\sin\phi_{sk} - \cos\phi_{sk}\sin\chi_{sk}\sin\psi_{sk} & \sin\phi_{sk}\sin\chi_{sk} + \cos\phi_{sk}\cos\chi_{sk}\sin\psi_{sk} & \cos\phi_{sk}\cos\psi_{sk} \end{bmatrix}$$
(I.3.7)

Jeżeli konieczne jest przeliczanie wektora z układu $P\rho\kappa\tau$ do układu *Oxyz*, należy zastosować macierz odwrotną $\mathbf{L}_{s/p} = \mathbf{L}_{p/s}^{-1}$.

Prędkość bezwzględna punktu P względem układu inercjalnego $O_g x_g y_g z_g$ jest równa:

$$\mathbf{V}_{p} = \mathbf{V} + \mathbf{V}_{\Omega} \tag{I.3.8}$$

gdzie: V jest prędkością punktu *O* (środka masy samolotu) o następujących składowych w układzie Oxyz V = $[u,v,w]^{T}$.

 V_{Ω} jest prędkością wynikającą z ruchu obrotowego układu *Oxyz* z prędkością kątową Ω . Jest ona określona wyrażeniem:

$$\mathbf{V}_{\Omega} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_{P} \tag{I.3.9}$$

Ponieważ prędkość kątowa Ω ma w układzie *Oxyz* składowe $\Omega = [p,q,r]^{T}$, to uwzględniając, że wektor \mathbf{r}_{p} określający położenie punktu *P* w układzie *Oxyz* ma składowe

$$\mathbf{r}_P = [x_P, y_P, z_P]^1 \tag{I.3.10}$$

otrzymuje się:

$$(V_{\Omega})_{x} = qz_{P} - ry_{P}$$

$$(V_{\Omega})_{y} = rx_{P} - pz_{P}$$

$$(I.3.11)$$

$$(V_{\Omega})_{z} = py_{P} - qx_{P}$$

Aby obliczyć siły i momenty aerodynamiczne wytwarzane przez profil skrzydła należy określić jego prędkość względem powietrza \mathbf{V}_{P^*} . Analogicznie do (I.2.5), prędkość ta jest równa różnicy pomiędzy prędkością bezwzględną \mathbf{V}_P punktu *P* i prędkością wiatru \mathbf{V}_w :

$$\mathbf{V}_{P*} = \mathbf{V}_P - \mathbf{V}_w \tag{I.3.12}$$

Zatem, uwzględniając zależność (I.3.8), otrzymuje się:

$$\mathbf{V}_{P^*} = \mathbf{V} + \mathbf{V}_{\Omega} - \mathbf{V}_{w} \tag{I.3.13}$$

W celu obliczenia obciążeń aerodynamicznych konieczne jest określenie składowych wektora \mathbf{V}_{P^*} w układzie związanym z profilem $P\rho\kappa\tau$. W stosunku do wektorów V i \mathbf{V}_{Ω} należy

wykorzystać macierz przejścia $\mathbf{L}_{p/s}$. Natomiast w stosunku do wektora prędkości wiatru \mathbf{V}_w konieczne jest przeliczenie jego składowych z układu związanego z Ziemią $O_g x_g y_g z_g$ do układu związanego z samolotem i dalej do układu $P\rho\kappa\tau$. Dzieje się tak dlatego, że wektor ten jest zwykle określany w układzie inercjalnym $O_g x_g y_g z_g$, w którym ma składowe $\mathbf{V}_w = [u_{wg}, v_{wg}, w_{wg}]^T$. Przeliczenia te można zapisać w postaci:

$$\left(\mathbf{V}_{P^*}\right)_{P\rho\kappa\tau} = \mathbf{L}_{p/s} \left(\mathbf{V} + \mathbf{V}_{\Omega}\right)_{Oxyz} - \mathbf{L}_{p/s} \mathbf{L}_{s/g} \left(\mathbf{V}_w\right)_{O_g x_g y_g z_g}$$
(I.3.14)

Ostatecznie składowe wektora profilu względem opływającego go powietrza wyliczone w układzie $P\rho\kappa\tau$ są równe:

$$\begin{bmatrix} u_{P*} \\ v_{P*} \\ w_{P*} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{p/s} \begin{bmatrix} u + (V_{\Omega})_{x} - u_{w} \\ v + (V_{\Omega})_{y} - v_{w} \\ w + (V_{\Omega})_{z} - w_{w} \end{bmatrix}$$
(I.3.15)

gdzie $[u_w, v_w, w_w]^T$ są składowymi prędkości wiatru w układzie *Oxyz*. Są one równe:

$$\begin{bmatrix} u_{w} \\ v_{w} \\ w_{w} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} u_{wg} \\ v_{wg} \\ w_{wg} \end{bmatrix}$$
(I.3.16)

Znajomość składowych prędkości profilu względem powietrza u_{P^*} , v_{P^*} , w_{P^*} pozwala obliczyć pokazany na rysunku I.3.2 kąt natarcia α_P profilu. Jest on równy:

$$\alpha_P = \arctan \frac{w_{P*}}{u_{P*}} \tag{I.3.17}$$



Rys.I.3.2. Określenie kąta natarcia profilu α_P *i kąta "ślizgu"* β_P

W obliczeniach dodatkowo wykorzystany będzie lokalny układ osi przepływu $P\rho_a\kappa_a\tau_a$. Płaszczyzna $P\rho_a\tau_a$ jest płaszczyzną profilu. Oś $P\rho_a$ skierowana jest wzdłuż rzutu

lokalnego wektora prędkości profilu na płaszczyznę $P\rho\tau$. Oś $P\kappa$ pokrywa się z osią $P\kappa_a$. Transformacja pomiędzy układami $P\rho\kappa\tau$ i $P\rho_a\kappa_a\tau_a$ ma postać:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \kappa \\ \tau \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{p/pa} \begin{bmatrix} \rho_a \\ \kappa_a \\ \tau_a \end{bmatrix}$$
(I.3.18)

gdzie macierz $\mathbf{L}_{p/pa}$ transformacji jest równa:

$$\mathbf{L}_{p/pa} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_P & 0 & -\sin \alpha_P \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_P & 0 & \cos \alpha_P \end{bmatrix}$$
(I.3.19)

W układzie $P\rho_a\kappa_a\tau_a$ niezerowe składowe elementarnej siły aerodynamicznej $d\mathbf{R}_{sk}$ powstającej na elemencie skrzydła o długości $d\kappa$ zawierającym rozpatrywany profil są odpowiednio równe¹⁴:

$$dR_{\rho_a} = -dP_{xa} = -C_{xa\,pr}(\alpha_P) \frac{\rho V_{P^*}^2}{2} dS = -C_{xa\,pr}(\alpha_P) \frac{\rho V_{P^*}^2}{2} b(y_P) d\kappa \tag{I.3.20}$$

$$dR_{\tau_a} = -dP_{za} = -C_{za\,pr}(\alpha_P) \frac{\rho V_{P^*}^2}{2} dS = -C_{za\,pr}(\alpha_P) \frac{\rho V_{P^*}^2}{2} b(y_P) d\kappa \tag{I.3.21}$$

gdzie: dP_{xa} – elementarna siła oporu elementu skrzydła, dP_{za} – elementarna siła nośna elementu skrzydła, dS – powierzchnia elementu skrzydła, ρ – gęstość powietrza, $C_{xa pr}$, $C_{za pr}$ – współczynniki sił aerodynamicznych profilu określone w rozdziale 1 części II, $b(y_P)$ – cięciwa bieżąca skrzydła, V_{p*} – długość wektora lokalnej prędkości powietrza opływającego profil:

$$V_{P*} = \sqrt{u_{P*}^2 + v_{P*}^2 + w_{P*}^2}$$
(I.3.22)

Składowe (I.3.20) i (I.3.21) przelicza się dalej do układu $P\rho\kappa\tau$ wykorzystując zależności:

$$\begin{bmatrix} dR_{\rho} \\ dR_{\kappa} \\ dR_{\tau} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{p/pa} \begin{bmatrix} dR_{\rho_a} \\ 0 \\ dR_{\tau_a} \end{bmatrix}$$
(I.3.23)

W wyrażeniach (I.3.20) i (I.3.21) należy uwzględnić wynikający z (I.3.6 związek:

$$d\kappa = (L_{p/s})_{21}dx + (L_{p/s})_{22}dy + (L_{p/s})_{23}dz = \left[(L_{p/s})_{21}\frac{dx}{dy} + (L_{p/s})_{22} + (L_{p/s})_{23}\frac{dz}{dy} \right] dy \quad (I.3.24)$$

Pochodne dx/dy i dz/dy można wyznaczyć z (I.3.4) i (I.3.5)

¹⁴ Zgodnie z teorią płaskich przepływów zakłada się, że w kierunku prostopadłym do płaszczyzny profilu siła aerodynamiczna nie powstaje tzn. $dR_{\kappa\alpha}$ =0.

Określone w ten sposób siły należy transformować do układu związanego z samolotem wykorzystując macierz $\mathbf{L}_{s/p} = \mathbf{L}_{p/s}^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} dR_x \\ dR_y \\ dR_z \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{s/p} \begin{bmatrix} dR_p \\ dR_\kappa \\ dR_\tau \end{bmatrix}$$
(I.3.25)

Siły te generują jednocześnie elementarny moment aerodynamiczny:

$$d\mathbf{M}_{sk} = \mathbf{r}_{p} \times d\mathbf{R}_{sk} \tag{I.3.26}$$

którego składowe są równe:

- moment przechylający skrzydła: $dL_{sk} = -dR_z \cdot y_P$ (I.3.27)
- moment pochylający skrzydła: $dM_{sk} = dR_z \cdot x_P dR_x \cdot z_P$ (I.3.28)
- moment odchylający skrzydła: $dN_{sk} = dR_x \cdot y_P$ (I.3.29)

W wyrażeniach tych x_p oraz y_p zdefiniowane są wyrażeniami (I.3.4) i (I.3.5).

Zgodnie z regułami mechaniki, aerodynamiczny moment pochylający skrzydła (I.3.28) należy uzupełnić o moment względem ¹/₄ cięciwy:

$$dM_{1/4} = C_{mpr}(\alpha_p) \frac{\rho V_{p*}^2}{2} dS = C_{mpr}(\alpha_p) \frac{\rho V_{p*}^2}{2} b(y_p) d\kappa$$
(I.3.30)

Zatem:

$$dM_{sk} = dR_z \cdot x_P - dR_x \cdot z_P + dM_{1/4}$$
(I.3.31)

Ostatecznie siły i momenty powstające na skrzydle określa się obliczając następujące całki¹⁵:

$$R_{xsk} = \int dR_x, \quad R_{ysk} = \int dR_y, \quad R_{zsk} = \int dR_z$$
 (I.3.32)

$$L_{sk} = \int L_{sk}$$
, $M_{sk} = \int dM_{sk}^{16}$, $N_{sk} = \int dN_{sk}$ (I.3.33)

Siły (I.3.32) wchodzą w skład prawych stron pierwszych trzech równań układu równań (I.2.35). Uwzględniając je, siły niezależne od prędkości zmiany kąta natarcia α (oznaczone indeksem "*" – patrz rozdział 2.1 części I) oblicza się z zależności:

¹⁵ Zgodnie z (I.3.24) zmienną całkowania jest współrzędna y i całkowanie wykonywane jest wzdłuż rozpiętości skrzydła od –*I*/2 do *I*/2, zaś po oderwaniu końcówki skrzydła od –(*I*/2 - długość końcówki) do *I*/2.

¹⁶ Zgodnie z przypisem 11 w niniejszej pracy moment pochylający samolotu obliczano w sposób inny niż pokazany powyżej. Zastosowana metoda polegała na wykorzystaniu globalnej charakterystyki samolotu C_m(C_{za}). Sposób otrzymania takiej charakterystyki opisano w części II.

$$\begin{bmatrix} F_{x}^{*} \\ F_{y}^{*} \\ F_{z}^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xsk} \\ R_{ysk} \\ R_{zsk} \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{s/a} \begin{bmatrix} -C_{xak-H-V}^{*} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S \\ C_{yak-H-V}^{*} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S \\ -C_{zak-H-V}^{*} \frac{\rho V_{*}^{2}}{2} S \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{s/g} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(I.3.34)

Zgodnie z (I.3.1) indeksem "k-H-V" oznaczono współczynniki odnoszące się do układu kadłub-usterzenie poziome-usterzenie pionowe".

Podobnie określić można momenty sił występujące po prawych stronach układu (I.2.35):

$$L = L_{sk} + L_{k-H-V} = L_{sk} + C_{lk-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$$

$$M^* = M_{sk} + M_{k-H-V}^* = M_{sk} + C_{mk-H-V}^* \frac{\rho V_*^2}{2} Sb_a \qquad (I.3.35)$$

$$N = N_{sk} + N_{k-H-V} = N_{sk} + C_{nk-H-V} \frac{\rho V_*^2}{2} Sl$$

3.3. Wpływ skończonej rozpiętości skrzydła na jego charakterystyki aerodynamiczne

3.3.1. Analiza rozkładu cyrkulacji/współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła

Obliczenie sił i momentów aerodynamicznych poprzez całkowanie wzdłuż skrzydła, zgodnie z wzorami (I.3.32) i (I.3.33), wymaga uwzględnienia wpływu skończonej rozpiętości na rozkład cyrkulacji wzdłuż skrzydła. W literaturze [3, 8] znaleźć można teoretyczne zależności opisujące rozkład eliptyczny. Ze względu na prosty opis matematyczny będzie on min. wykorzystany w dalszych obliczeniach. Należy jednak jednoznacznie podkreślić, że skrzydło o złożonym obrysie wymaga zastosowania bardziej złożonego opisu, co wykracza poza temat niniejszego opracowania.

Na podstawie literatury [8] można stwierdzić, że w porównaniu do rozkładu eliptycznego:

- obecność kadłuba zaburza rozkład zmniejszając wartości cyrkulacji lokalnej w rejonie kadłuba,
- wychylenie klap zwiększa wartości cyrkulacji lokalnej w rejonie klap,
- skos skrzydła deformuje rozkład zwiększając wartość cyrkulacji lokalnej w końcowych przekrojach skrzydła.

Powyższe spostrzeżenia potwierdzają schematyczne rysunki zaczerpnięte z [8] i [14]. Drugi rysunek dotyczy samolotu Tu-154, co jest szczególnie istotne. Przebieg numer 2 pokazuje rozkład współczynnika siły nośnej dla krytycznego kąta natarcia.



Typical spanwise distributions of lift

Rys.I.3.3. Wpływ kadłuba na rozkład cyrkulacji wzdłuż skrzydła [8 - rys.5.31]



Rys.I.3.4. Rozkład cyrkulacji wzdłuż skrzydła samolotu Tu-154 [14]

Powyższe spostrzeżenia potwierdzone zostały poprzez obliczenia z zakresu mechaniki płynów¹⁷. W tym celu odtworzono geometrię kadłuba i skrzydła i wykorzystując metodę panelową określono rozkład współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła dla kilku różnych kątów natarcia.¹⁸ Ze względu na programową konieczność zachowania symetrii samolotu dla samolotu z odciętą końcówką skrzydła obliczenia wykonano dla obciętych końcówek obu skrzydeł, co jest widoczne na rysunkach pokazanych poniżej¹⁹. Przedstawiono na nich:

• rozkład ciśnień dla samolotu sprawnego z klapami i bez klap;

¹⁷ Przeprowadził je dr inż. Krzysztof Kubryński.

¹⁸ Nie uwzględniano usterzenia, ponieważ do obliczeń potrzebne były tylko wyniki dotyczące skrzydła.

¹⁹ Wykresy dotyczą obcięcia końcówki o długości 6.5 m mierzonej wzdłuż rozpiętości. W rzeczywistości długość obciętej końcówki była mniejsza. W rozdziale 1 części IV oszacowano ją na 5.6 metra.

- rozkład ciśnień dla samolotu z uszkodzonym skrzydłem z klapami i bez klap;
- rozkład współczynnika siły nośnej C_{za} i iloczynu bC_{za} dla kątów natarcia 0^0 , 4^0 , 8^0 , 12^0 dla samolotu bez klap dla skrzydła całego i uszkodzonego;
- rozkład współczynnika siły nośnej C_{za} i iloczynu bC_{za} dla kątów natarcia 0^0 , 4^0 , 8^0 , 12^0 dla samolotu z klapami dla skrzydła całego i uszkodzonego.





Rys.I.3.6. Rozkład ciśnień dla samolotu uszkodzonego dla $\alpha = 8^{0}$







Pokazane przebiegi są zgodne co do ich kształtu z przebiegiem dotyczącym samolotu Tu-154 /rys.I.3.4/. Pozwalają one też oszacować zmianę globalnego współczynnika siły nośnej C_{za} samolotu dla konfiguracji z klapami dla różnych kątów natarcia dla przypadku obcięcia skrzydeł o 6.5m. Pokazano to na rysunku I.3.9. Aby ocenić w jaki sposób na wartość C_{za} wpływa urwanie końcówki jednego skrzydła należy wykonać obliczenia, które pokazane zostaną dla kąta 8⁰. Mamy tu:

- dla samolotu sprawnego - punkt A: $C_{za} = 1.4$,

- dla samolotu uszkodzonego /oba skrzydła/ - punkt B: $C_{za} \approx 1.05$.

Różnica wynosi ΔC_{za} =0.35. Jeżeli urwana zostanie końcówka jednego skrzydła, to spadek C_{za} będzie równy ΔC_{za} =0.175. Zatem spadek siły nośnej wynosi 0.175/1.4=12.5%. Jeżeli

założyć, że siła nośna równoważy ciężar, to spadek siły nośnej będzie równy 78Ton*0.125=9.75Tony²⁰.

Obliczony metodami CFD /Computational Fluid Dynamics/ rozkład współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła najlepiej odpowiada rozkładowi rzeczywistemu. W zależności od stopnia uproszczenia analiz rozkład rzeczywisty współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła można przybliżyć w różny sposób. W niniejszej pracy przeprowadzono analizę trzech różnych rozkładów: - prostokątnego, - eliptycznego, - powiązanego z wynikami obliczeń CFD. Porównanie przedstawione będzie w rozdziale 5 części IV.

Należy podkreślić, że rysunki I.3.7-I.3.9 pokazują jedynie charakter zmian współczynnika siły nośnej. W prowadzonych obliczeniach istotny jest ich kształt, a nie wartości. Stanowiły one natomiast podstawę do budowy modelu uwzględniającego rozkład współczynnika siły nośnej najbardziej zbliżony do rzeczywistego. Opisane to zostało w rozdziale 3.3.4 niniejszej części.

3.3.2. Prostokątny rozkład współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła

Najprostszym rozkładem, który może być wykorzystany w obliczeniach jest rozkład prostokątny. Zakłada się, że w każdym przekroju skrzydła wartość współczynnika siły nośnej jest równa wartości, którą obliczyć można z charakterystyk pokazanych na rysunkach w rozdziale 1.1.1 części II.

Oznacza to, $\dot{z}e^{21}$:

$$C_{za}(\alpha, y) = C_{za \ sam}(\alpha) \tag{I.3.36}$$

3.3.3. Zmodyfikowany eliptyczny rozkład cyrkulacji/współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła

Eliptyczny rozkład cyrkulacji opisany jest równaniem [8]:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \frac{y^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$
(I.3.37)

²⁰ W przypadku mniejszej długości obciętej końcówki skrzydła utrata siły nośnej będzie mniejsza.

²¹ Dla odróżnienia globalny współczynnik siły nośnej samolotu oznaczono tu C_{za_sam} . Współczynnik ten jest odczytywany z charakterystyki $C_{za}(a)$ określonej dla całego samolotu.

Siła nośna przypadająca na jednostkę rozpiętości skrzydła jest określona wzorem Kutty-Żukowskiego:

$$\frac{dP_{za}}{dy} = \rho V \Gamma(y) \tag{I.3.38}$$

Zatem całkowita siła nośna skrzydła jest równa:

$$P_{za} = \int_{-l/2}^{l/2} \rho V \Gamma(y) dy = \frac{\pi}{4} \rho V \Gamma_0 l$$
 (I.3.39)

Porównując ten wzór z formułą (I.2.3) mamy:

$$\Gamma_0 = \frac{2C_{za_sam}VS}{\pi l} \tag{I.3.40}$$

Siła nośna powstająca na elemencie skrzydła o długości dy zgodnie z (I.3.38) jest równa:

$$dP_{za} = \rho V \Gamma(y) dy \tag{I.3.41}$$

Jednocześnie mamy:

$$dP_{za} = C_{za}(y)\frac{\rho V^2}{2}dS = C_{za}(y)\frac{\rho V^2}{2}bdy$$
 (I.3.42)

Z porównania otrzymujemy:

$$C_{za}(y) = \frac{2}{Vb}\Gamma(y) = \frac{4C_{za_sam}S}{\pi lb(y)} \sqrt{1 - \frac{y^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$
(I.3.43)

Wyrażenie to było wykorzystywane do oszacowania współczynnika siły nośnej w poszczególnych przekrojach skrzydła. Przedstawia ona rozkład eliptyczny zmodyfikowany poprzez występującą w dzielniku cięciwę skrzydła b(y).

3.3.4. Rozkład współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła oparty na obliczeniach CFD

Ponieważ zarówno rozkład eliptyczny jak i prostokątny nie odpowiada rozkładowi rzeczywistemu dokonano próby wykorzystania rozkładów analogicznych do pokazanych na rysunku I.3.8. W tym celu jako przebiegi "wzorcowe" arbitralnie przyjęto rozkłady odpowiadający kątowi natarcia 12⁰. W obliczeniach rozkłady te aproksymowano wielomianami. Pokazano to na rysunkach I.3.10. i I.3.11. Należy zwrócić uwagę, że dla skrzydła uszkodzonego przyjęto długość oderwanej końcówki skrzydła równą 5.6 metra.



Aby w symulacjach wykorzystać otrzymane poprzez obliczenia CFD rozkłady współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła zastosowano następującą procedurę:

Dla skrzydła sprawnego (prawego)

• Rozkład $f(y) = b(y) \cdot C_{za}(12^0, y)$ poddano normalizacji. W tym celu obliczono całkę $\int_{-l/2}^{l/2} C_{za}(12^0, y) b dy = A$. Znormalizowany rozkład jest równy:

$$\bar{f}(y) = \frac{f(y)}{A} \tag{I.3.44}$$

Całka ze znormalizowanej funkcji f(y) jest równa 1:

$$\int_{-l/2}^{l/2} f(y) dy = 1$$
 (I.3.45)

• Przyjęto, że dla dowolnego kąta natarcia α innego niż 12⁰ rozkład współczynnika ma przebieg określony zależnością:

$$C_{za}(\alpha, y) = C_{za_sam}(\alpha) \frac{f(y)}{b(y)} S = C_{za_sam}(\alpha) C_{za}(12^0, y) \frac{S}{A}$$
(I.3.46)

gdzie $C_{za_sam}(\alpha)$ jest globalnym współczynnikiem siły nośnej określanym z charakterystyk samolotu. Jeżeli wykorzystać ten rozkład do obliczenia siły nośnej, to otrzymuje się:

$$P_{za} = \int_{-l/2}^{l/2} C_{za}(\alpha, y) \frac{\rho V^2}{2} b dy = \frac{\rho V^2}{2} \int_{-l/2}^{l/2} C_{za_sam}(\alpha) \frac{f(y)}{b(y)} Sb(y) dy =$$

= $C_{za_sam}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S \int_{-l/2}^{l/2} f(y) dy = C_{za_sam}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S$ (I.3.47)

Jest to klasyczne wyrażenie dotyczące siły nośnej samolotu, które potwierdza poprawność zastosowanego sposobu przeliczania rozkładu $C_{za}(y)$.

Dla skrzydła uszkodzonego (lewego)

Dla rozkładu dotyczącego skrzydła uszkodzonego, który jest inny niż dla nieuszkodzonego /patrz rys.1.3.8/ przyjęto następujący sposób obliczeń:

Obliczenie współczynnika siły nośnej samolotu uszkodzonego:

Siła nośna dla kąta natarcia 12⁰ generowana przez skrzydło obcięte symetrycznie jest równa:

$$P_{za_{u}} = \int_{-l_{u}/2}^{l_{u}/2} C_{za_{u}}(12^{0}, y) \frac{\rho V^{2}}{2} b dy$$
(I.3.48)

Jej stosunek do siły nośnej skrzydła nieuszkodzonego wynosi:

$$\frac{P_{za_{u}}}{P_{za}} = \frac{\int_{-l_{u}/2}^{l_{u}/2} C_{za_{u}}(12^{0}, y)bdy}{\int_{-l/2}^{l/2} C_{za}(12^{0}, y)bdy} = \frac{A_{u}}{A}$$
(I.3.49)

Wartości A i A_u oblicza się w oparciu o rozkłady pokazane na rysunkach I.3.10 i I.3.11.

Jednocześnie obie siły nośne można wyznaczyć znając charakterystyki aerodynamiczne samolotu. Charakterystyki takie określone są dla samolotu sprawnego. Dlatego aby znaleźć charakterystykę samolotu uszkodzonego wylicza się:

- dla samolotu sprawnego: $P_{za} = C_{za_sam} (12^0) \frac{\rho V^2}{2} S$ (I.3.50)
- dla samolotu uszkodzonego: $P_{za_u} = C_{za_sam_u} (12^0) \frac{\rho V^2}{2} S_u \qquad (I.3.51)$

gdzie S_u jest powierzchnią skrzydła obciętego.

Wykorzystując te wyrażenia oraz relację (I.3.49) można określić wartość globalnego współczynnika siły nośnej skrzydła obciętego dla kąta natarcia 12⁰:

$$C_{za_sam_u}(12^{0}) = C_{za_sam}(12^{0})\frac{A_{u}}{A}\frac{S}{S_{u}}$$
(I.3.52)

Przyjęto, że dla innych kątów natarcia obowiązuje relacja:

$$C_{za_sam_u}(\alpha) = C_{za_sam}(\alpha) \frac{A_u}{A} \frac{S}{S_u}$$
(I.3.53)

Przeliczenie rozkładu współczynnika siły nośnej dla skrzydła uszkodzonego:

• Rozkład $f_u(y) = b(y) \cdot C_{za_u}(12, y)$ poddano normalizacji. W tym celu obliczono całkę

 $\int_{-l_u/2}^{l_u/2} C_{za_u}(12^0, y) b dy = A_u$. Znormalizowany rozkład jest równy:

$$\bar{f}_u(y) = \frac{f_u(y)}{A_u}$$
 (I.3.54)

Całka ze znormalizowanej funkcji $f_u(y)$ jest równa 1:

$$\int_{-l_u/2}^{l_u/2} f_u(y) dy = 1$$
 (I.3.55)

 Przyjęto, że dla dowolnego kąta natarcia innego niż 12⁰ rozkład współczynnika ma przebieg określony zależnością:

$$C_{za_{u}}(\alpha, y) = C_{za_{sam_{u}}}(\alpha) \frac{\bar{f}_{u}(y)}{b(y)} S_{u} = C_{za_{sam_{u}}}(\alpha) \frac{C_{za_{u}}(12, y)}{A_{u}} S_{u} =$$

= $C_{za_{sam}}(\alpha) C_{za_{u}}(12, y) \frac{A}{S}$ (I.3.56)

gdzie $C_{za_sam}(\alpha)$ jest globalnym współczynnikiem siły nośnej określanym z charakterystyk samolotu. Jeżeli wykorzystać ten rozkład do obliczenia siły nośnej, to otrzymuje się:

$$P_{za} = \int_{-l_{u}/2}^{l_{u}/2} C_{za_{u}}(\alpha, y) \frac{\rho V^{2}}{2} b dy = \frac{\rho V^{2}}{2} \int_{-l_{u}/2}^{l_{u}/2} C_{za_{u}sam_{u}}(\alpha) \frac{f_{u}(y)}{b(y)} S_{u}b(y) dy =$$

$$= C_{za_{u}sam_{u}}(\alpha) \frac{\rho V^{2}}{2} S_{u} \int_{-l_{u}/2}^{l_{u}/2} f_{u}(y) dy = C_{za_{u}sam_{u}}(\alpha) \frac{\rho V^{2}}{2} S_{u}$$
(I.3.57)

Jest to klasyczne wyrażenie dotyczące siły nośnej samolotu.

Aby sprawdzić poprawność powyższych obliczeń przeliczono otrzymany metodą CFD rozkład dla 12⁰ na rozkład dla 8⁰. Rozkład ten porównano z rozkładem obliczony metodą CFD dla 8⁰. Wyniki porównania pokazano na rysunku I.3.12. Widać dobrą zgodność obu rozkładów.


CZĘŚĆ II - IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK SAMOLOTU

1. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK AERODYNAMICZNYCH

Siły i momenty aerodynamiczne działające na samolot określa się w oparciu o znajomość ich współczynników aerodynamicznych. Współczynniki te zależą od wielu czynników takich jak: kształt samolotu, kąt natarcia, kąt ślizgu, liczby Macha i Reynoldsa, kąty wychylenia powierzchni sterowych, prędkości kątowe. Nie ma ogólnych metod wyznaczania tych charakterystyk dla dowolnego przestrzennego położenia samolotu. Z tego powodu stosuje się różne metody obliczeniowe, w zależności od: - rozpatrywanego zagadnienia, - dostępności danych źródłowych o samolocie (kształt, profile, zakresy lotu itp.), - bazy badawczej, którą jest do dyspozycji.

W niniejszym opracowaniu charakterystyki aerodynamiczne samolotu Tu-154 określono wykorzystując dane dostępne w literaturze dotyczącej tego samolotu [4, 14, 17]. Nie było jednak możliwe zidentyfikowanie wszystkich charakterystyk potrzebnych do obliczeń. W związku z tym wykonano również szereg obliczeń opierając się na metodach zawartych w literaturze z zakresu mechaniki lotu [6, 9, 16, 21]. Równolegle zastosowano też oprogramowanie komercyjne umożliwiające obliczenie charakterystyk samolotu [1]. Poniżej przedstawione zostaną sposoby identyfikacji tych charakterystyk oraz opisane będą zastosowane metody obliczeniowe.

Ze względu na sposób pomiaru sił aerodynamicznych ich współczynniki określone są w układzie prędkościowym $Ox_a y_a z_a$ (układ osi przepływu). Natomiast współczynniki wszystkich momentów aerodynamicznych wyznaczono w układzie związanym z samolotem Oxyz.

Zarówno w przypadku sił aerodynamicznych jak i momentów aerodynamicznych założono, że sumaryczny współczynnik aerodynamiczny jest sumą składnika statycznego, składników będących efektem wychylenia organów sterowania oraz niezerowych prędkości kątowych samolotu. Tak rozumiana zasada superpozycji może być zastosowana dla przypadku małych liczb Macha (Ma < 0.5) i niewielkich kątów natarcia. Zapisać ją można w następującej ogólnej postaci:

$$C_a = C_{za\,stat}(\alpha,\beta) + C_a^p p + C_a^q q + C_a^r r + C_a^\alpha \alpha + C_a^\beta \beta + C_a^{\delta_V} \delta_V + C_a^{\delta_H} \delta_H + C_a^{\delta_L} \delta_L \qquad (\text{II.1.1})$$

Dla poszczególnych współczynników aerodynamicznych niektóre składniki powyższej sumy są równe zeru lub pomijalnie małe. Przyjęto:

- współczynnik siły oporu:

$$C_{xa} = C_{xa}(\alpha) \tag{II.1.2}$$

- współczynnik siły bocznej:

$$C_{ya} = C_{ya}^{\beta}\beta + C_{ya}^{p}p + C_{ya}^{r}r + C_{ya}^{\delta_{V}}\delta_{V}$$
(II.1.3)

- współczynnik siły nośnej:

$$C_{za} = C_{za\,stat}(\alpha) + C_z^q q + C_z^{\alpha} \dot{\alpha} + C_z^{\delta_H} \delta_H \qquad (\text{II.1.4})$$

- współczynnik momentu przechylającego:

$$C_l = C_l^{\beta} \beta + C_l^{p} p + C_l^{r} r + C_l^{\delta_v} \delta_v + C_l^{\delta_L} \delta_L$$
(II.1.5)

- współczynnik momentu pochylającego:

$$C_m = C_{m\,stat}(\alpha) + C_m^q q + C_m^{\alpha} \dot{\alpha} + C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\varphi_{stab}} \varphi_{stab} + \Delta C_{mP} \qquad (\text{II.1.6})$$

- współczynnik momentu odchylającego:

$$C_n = C_n^\beta \beta + C_n^p p + C_n^r r + C_n^{\delta_V} \delta_V$$
(II.1.7)

Zastosowana metoda symulacji ruchu polega na wydzieleniu z globalnych sił i momentów oddziaływań aerodynamicznych generowanych przez skrzydło. Są one obliczane oddzielnie poprzez wykorzystanie tzw. metody pasowej. Metoda ta polega na wyznaczenie lokalnych kątów natarcia profili skrzydła oraz prędkości ich opływu. Następnie poprzez całkowanie numeryczne odpowiednich wyrażeń oblicza się siły i momenty aerodynamiczne skrzydła. Taka metoda pozwala na uwzględnianie zmian geometrii skrzydła. W szczególności urwanie końcówki skrzydła oznacza zmianę granic całkowania.

1.1. Aerodynamiczne, statyczne charakterystyki samolotu^{22,23} określone na podstawie literatury

Podstawowe statyczne charakterystyki aerodynamiczne samolotu zidentyfikowano na podstawie literatury [4, 14, 21]. Zostaną one pokazane poniżej. Omówiony też będzie sposób ich aproksymacji w zakresach, dla których brak danych w literaturze.

²² W oznaczeniach pominięto indeks "*statyczny*".

²³ Współczynnik siły oporu i siły nośnej opisany w tym rozdziale zawiera w sobie opory i nośność wszystkich elementów samolotu. Oznacza to, że w obliczeniach oporu i siły nośnej przyjmowano za równe zeru współczynniki $C_{_{za\,k-H-V}}$ i $C_{_{za\,k-H-V}}$.

1.1.1. Współczynnik siły nośnej w funkcji kąta natarcia $C_{za}(\alpha)$

Na rysunku II.1.1 pokazano charakterystyki $C_{za}(\alpha)$ zaczerpnięte z literatury [4] zaś na rysunku II.1.2 te same charakterystyki odtworzone w tym samym zakresie kątów natarcia. Ponieważ na skrzydle lokalne kąty natarcia wykraczają poza pokazany zakres, powyższe charakterystyki ekstrapolowano w sposób analogiczny do przebiegu charakterystyk profilu NACA 23012, które zawarte są w literaturze [15] – rys. II.1.3 i II.1.4. Rezultat ekstrapolacji charakterystyk z rysunku II.1.2 pokazano na rysunku II.1.5.





Ponieważ charakterystyki literaturowe dla samolotu Tu-154 dotyczą przypadków wysunięcia klap na 28° i 45° , zaś w locie były one wysunięte na 36° , wartość C_{za} dodatkowo interpolowano dla 36° :



1.1.2. Biegunowa $C_{xa}(C_{za})$ oraz współczynnik siły oporu w funkcji kąta natarcia $C_{xa}(\alpha)$

Na rysunku II.1.6 pokazano biegunowe zaczerpnięte z literatury [4] zaś na rysunku II.1.7 te same biegunowe odtworzone (osie są zamienione miejscami).



Na podstawie charakterystyk z rys. II.1.2 i rys. II.1.7 określono zależność współczynnika siły oporu od kąta natarcia $C_{xa}(\alpha)$. W ograniczonym zakresie kątów pokazano te zależności na rysunku II.1.8.



Ponieważ lokalne kąty natarcia wykraczały poza pokazany zakres przyjęto, że poza tym zakresem wartość $C_{xa}(\alpha)$ narasta liniowo do wartości 1 przy kątach -70⁰ lub +70⁰. Wzorowano się tu na danych dotyczących profilu NACA 23012, które pokazano na rys. II.1.4. Podobnie jak dla C_{za} opór przy klapach wysuniętych na 36⁰ obliczano według wzoru:

$$C_{xa_{36}} = C_{xa_{28}} + \frac{C_{xa_{45}} - C_{xa_{28}}}{45 - 28} (36 - 28)$$

1.1.3. Współczynnik momentu pochylającego $C_m(\alpha)$

Na rysunku II.1.9 pokazano charakterystykę $C_m(\alpha)$ zaczerpniętą z [14]. Na rysunku II.1.0 pokazano tą samą charakterystykę odtworzoną. Niestety materiały źródłowe nie zawierają informacji dla jakiego wyważenia samolotu i dla jakiego kąta ustawienia statecznika poziomego sporządzono tą charakterystykę. W związku z tym konieczne było wykonanie dodatkowych obliczeń opisanych poniżej. Wymagają one określenia położenia środka masy samolotu oraz ogniska aerodynamicznego.



Identyfikacja położenia środka masy samolotu

W raporcie KBWLLP [19] podano, że środek masy samolotu w trakcie lądowania znajdował się w 26.8% średniej cięciwy aerodynamicznej (zał. nr 3 rys.6 - *Karta wyważenia samolotu Tu-154M nr 101 wykonana dla danych jak z lotu w dniu 10.04.2010 r*). Fragment rysunku, który zawiera tą informację pokazano na rys. II.1.11).

Natomiast raport MAK [20] zawiera informację, że środek masy samolotu w trakcie lądowania znajdował się w 24.2% średniej cięciwy aerodynamicznej. Pokazano to na rysunku II.1.12.

Uznając, że dane z karty wyważenia za najbardziej miarodajne przyjęto:

 $\bar{x}_{o} = 26.8\%$



Rys. II.1.11. Dane dotyczące wyważenia samolotu z raportu KBWLLP [19]

The aircraft takeoff weight, considering about 500 kg of fuel burnt during taxiing, was about 85800 kg (maximum takeoff weight is 100000 kg) and the center of gravity was 25.3 % MAC (the INTERSTATE AVIATION COMMITTEE

Final Report Tu-154M tail number 101, Republic of Poland

center of gravity range on takeoff is 21-32 % MAC). At the time of the accident there remained about 11 tons of fuel on board, the estimated landing weight was about 78600 kg and center of gravity was 24.2% MAC (CG range at landing is 18-32% MAC). According to Para 2.5.1 (3) of the AFM the maximum landing weight is 80 tons, which is higher than the actual aircraft weight at the time of the accident. The estimations of the maximum landing weight for the actual conditions at Smolensk "Severny" airdrome are provided in Section 1.16.14.

Rys. II.1.12. Dane dotyczące wyważenia samolotu z raportu MAK [20]

Identyfikacja położenia ogniska aerodynamicznego

Ognisko aerodynamiczne, to leżący na średniej cięciwie aerodynamicznej punkt, w którym przyłożony jest przyrost siły nośnej samolotu, który powstał w wyniku przyrostu kąta natarcia. Ilustruje to rys. II.1.13 zaczerpnięty z [4]. Zgodnie z podanymi tam informacjami ognisko położone jest w $60\pm5\%$ średniej cięciwy aerodynamicznej.

Do obliczeń przyjęto wartość:



$$x_{\rm F} = 60.1\%$$

Wyrażenie określające współczynnik momentu pochylającego

Charakterystyka momentu pochylającego²⁴ $C_m(C_{za})$ opisana jest ogólnym wzorem:

$$C_m = C_{m0} + (x_Q - x_F)C_{za} + C_m^{\delta_H}\delta_H + C_m^{\varphi_{stab}}\varphi_{stab} + \Delta C_{mP}$$

W wyrażeniu tym zawarto:

- współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej uwzględniający aktualną konfigurację samolotu (wysunięte klapy i wypuszczone podwozie) człon C_{m0} ;
- wychylenie steru wysokości człon $C_m^{\delta_H} \delta_H$;
- przestawianie stabilizatora poziomego konieczne do zrównoważenia nadmiernego momentu pochylającego człon $C_m^{\varphi_{stab}}\varphi_{stab}$;
- zmianę momentu wynikającą ze zmiany ciągu człon ΔC_{mP} .

Poniżej przedstawiony zostanie sposób określenia poszczególnych składników współczynnika momentu pochylającego.

1. Człon
$$(x_Q - x_F)C_{za}$$

Wykorzystując określone wcześniej wartości x_Q i x_F mamy:

$$(\bar{x}_{O} - \bar{x}_{F})C_{za} = (0.268 - 0.601)C_{za} = -0.333C_{za}$$

2. Człony $C_m^{\delta_H} \delta_H$ i $C_m^{\varphi_{stab}} \varphi_{stab}$

W książce [14] można znaleźć wartości współczynników skuteczności steru wysokości $C_m^{\delta_H}$ i stabilizatora $C_m^{\varphi_{stab}}$. Pokazano je na rysunku II.1.14.



 $^{^{24}}$ Nie uwzględniono tu występujących w (II.1.6) składników dynamicznych $\,C_{_m}^q q\,$ i $\,C_{_m}^lphalpha\,$.

Uwzględniając przeliczenie ze stopni na radiany dla liczby Macha 0.4 otrzymuje się:

$$C_m^{\delta_H} = -0.761, \quad C_m^{\varphi_{stab}} = -2.7356$$

Stąd mamy:

$$C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\varphi_{stab}} \varphi_{stab} = -0.761 \delta_H - 2.7356 \varphi_{stab}$$

3. Człon ΔC_{mP}

Silniki samolotu Tu-154M zamocowane są powyżej środka masy samolotu /rys. II.1.15/. Powoduje to, że ich ciąg generuje moment pochylający, który musi być zrównoważony poprzez dodatkowe wychylenie steru wysokości. Moment ten zmienia się wraz ze zmianą ciągu. Teoretyczne analizy pokazują, że wzrost siły ciągu powinien powodować powstawanie dodatkowego momentu pochylającego. Jednak w przypadku samolotu Tu-154M obserwowany jest efekt przeciwny tzn. wzrost ciągu prowadzi do powstania momentu zadzierającego. W [14] wyjaśniono, że jest to spowodowane zmianą kąta skosu strumienia powietrza opływającego usterzenie poziome, w wyniku pracy silników. Potwierdzają to przedstawione tam krzywe równowagi pokazujące wychylenie steru wysokości dla różnych wyważeń i prędkości lotu /rys. II.1.16/. Wynika z nich, że dla wyważenia 24% (najbliższego wyważeniu dla rozpatrywanego przypadku) dla prędkości 340 km/h zmiana ciągu od zakresu "małego gazu" do "pełnego gazu" powoduje, że kąt wychylenia steru wysokości zmienia się o 1.97⁰ (wychylenie do góry).

Dla początkowego czasu obliczeń ciąg samolotu zbliżony był do zakresu "mały gaz". Następnie ciąg *P* ulegał zwiększeniu, co powodowało powstanie przyrostu momentu ΔC_{mP} . W obliczeniach przyjęto, że zmienia się on według zależności:

$$\Delta C_{mP} = \frac{P - P_{mg}}{P_{pg} - P_{mg}} \left| C_m^{\delta_H} \right| \frac{1.97}{57.29} = 0.026168 \cdot \frac{P - 28200}{286800}$$

Zgodnie z danymi dotyczącymi silnika D-30KU-154 /patrz rys.II.2.4/ wartości ciągów są następujące: P_{mg} =3*9400N=28200N, P_{pg} =3*105000N=315000N.





4. Człon C_{m0}

Współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej uwzględnia aktualną konfigurację samolotu (wysunięte klapy i wypuszczone podwozie). Założono, że w chwili początkowej samolot wykonywał opadanie po trajektorii o malejącym pochyleniu. Oznacza to, że na samolot działał moment zadzierający, którego nie można precyzyjnie określić ze względu na brak danych - prędkości kątowej pochylania oraz przyśpieszenia kątowego pochylania. Można natomiast wykonać oszacowanie opisane poniżej.

Gdyby w chwili początkowej samolot poruszał się po prostoliniowej trajektorii bez zmiany kąta pochylenia toru lotu i kąta pochylenia samolotu, to moment pochylający samolotu byłby zerowy:

$$C_{m0} + (x_Q - x_F)C_{za} + C_m^{\delta_H}\delta_H + C_m^{\varphi_{stab}}\varphi_{stab} + \Delta C_{mP} = 0$$

Stąd mamy:

$$C_{m0} = -(x_Q - x_F)C_{za} - C_m^{\delta_H}\delta_H - C_m^{\varphi_{stab}}\varphi_{stab}$$

W chwili początkowej /patrz rozdział 1.4 części III/ prędkość wynosiła: 77.78 m/s. Stąd można obliczyć współczynnik C_{za} :

$$C_{za} = \frac{2mg}{\rho V^2 S} = \frac{2 \cdot 77833 \cdot 9.81}{1.226 \cdot 77.78^2 \cdot 180} = 1.1439$$

Kąt wychylenia steru wysokości wynosił -6.96° , zaś kąt ustawienia usterzenia poziomego był równy -3.09° . Daje to:

$$C_{m0} = 0.333 \cdot 1.1439 - 0.761 \frac{6.96}{57.29} - 2.7356 \frac{3.09}{57.29} = 0.1409$$

Ponieważ kąt pochylania samolotu w zakresie początkowego czasu symulacji narastał, to musiał na samolot działać dodatkowy moment ΔC_{m0} , który należy uwzględnić²⁵. Gdyby kąt pochylenia narastał liniowo, to prędkość kątowa byłaby stała. Biorąc za podstawę zarejestrowany przebieg kąta pochylenia samolotu, pokazany w raporcie MAK /rys. II.1.17/ można oszacować prędkość kątową pochylania jako równą q=0.0182 rad/s²⁶. Moment zadzierający zapewniający taką prędkość byłby na podstawie (II.1.6) równy:

$$\Delta C_{m0} = -C_m^q q$$



²⁵ Moment ten spowodowany jest wychyleniem steru wysokości od położenia równowagi (położenie dla lotu po torze prostoliniowym). Ponieważ nie można ustalić tego położenia, moment ten włączony został do składnika C_{m0} .

²⁶ Wartość ta odpowiada tangensowi kąta pochylenia czerwonego odcinka na rysunku II.1.17.

Dla początkowego stanu lotu, uwzględniając, że $C_m^q = C_m^q \frac{b_a}{2V} = -17.4107 \frac{5.285}{2 \cdot 77.78} \approx -0.5915$ /patrz następny rozdział/, otrzymuje się:

$$\Delta C_{m0} = -(-0.5915) \cdot 0.0182 = 0.01$$

Zatem mamy:

$$C_{m0} + \Delta C_{m0} = 0.1409 + 0.01 = 0.1509$$

Ostatecznie wyrażenie określające współczynnik momentu pochylającego ma postać:

$$C_m = 0.1509 - 0.333C_{za} - 0.761\delta_H - 2.7356\varphi_{stab} + 0.026168\frac{P - 28200}{286800}$$

Na rysunku II.1.18 porównano przebieg pokazany na rys. II.1.10 z wykresem powstałym w oparciu o powyższy wzór ($\delta_H = 0, \varphi_{stab} = 0, P = P_{mg}$). Wymagało to dodatkowego uwzględnienia zależności $C_{za}(\alpha)$. Porównanie wskazuje, że oba wykresy w zakresie liniowym są równoległe. Wysunięcie klap powoduje przesunięcie charakterystyki do dołu.



1.2. Aerodynamiczne charakterystyki samolotu obliczone teoretycznie

Szereg występujących w formułach (II.1.2) ÷(II.1.7) współczynników wymagało wyznaczenia ich wartości na drodze obliczeń teoretycznych. Jak zaznaczono wcześniej wykorzystano metody opisane w literaturze [6, 16, 21] oraz oprogramowanie komercyjne *Advanced Aircraft Analysis* ver.3.2 firmy DAR Corporation [1]. Umożliwiło to zwiększenie wiarygodności obliczeń. Zbiorcze wyrażenia, w oparciu o które można wykonać obliczenia można znaleźć w pracy [9]. Z tego powodu nie będą one tu przytaczane. Natomiast poniżej

pokazany zostanie sposób prowadzenia obliczeń z wykorzystaniem oprogramowania komercyjnego [1].

Początkowy etap obliczeń polegał na wprowadzeniu szeregu danych dotyczących między innymi geometrii samolotu. Dane geometryczne uzyskano poprzez digitalizację rysunków samolotu dostępnych w literaturze. Przykładowe rysunki, które wykorzystano, pokazano na rys. II.1.19÷II.1.22. Na podstawie wprowadzonych danych została odtworzona geometria samolotu, co pokazano na rysunkach II.1.23÷II.1.27.

Program *Advanced Aircraft Analysis* wymaga też podania danych dotyczących np. profili aerodynamicznych skrzydła i usterzenia. Ponieważ literatura dotycząca samolotu Tu-154 nie zawiera takich danych, wykorzystano dane dotyczące samolotu Boeing-747, które zawarte są w przykładach dołączonych do programu.

W efekcie obliczeń otrzymuje się współczynniki występujące w (II.1.2)÷(II.1.7). Przykładowe wyniki pokazano na rysunkach (II.1.28)÷(II.1.37). Natomiast na rysunkach (II.1.38) i (II.1.39) zawarto porównanie współczynników obliczonych w oparciu o literaturę oraz przy pomocy programu *Advanced Aircraft Analysis*. Widoczna jest duża zgodność wartości większości współczynników, co uwiarygodnia zastosowany do symulacji model dynamiki ruchu samolotu. Występujące różnice dotyczą "drugorzędnych" składników obliczanych współczynników i nie maja wpływu na wynik symulacji, co sprawdzono poprzez przeprowadzenie serii obliczeń kontrolnych.



















							Output Paramete	ers				_			
z _w	0.72	m	? c _l	6.1631	rad ⁻¹	[?] ^C y _{vβ}	2.7002	rad ⁻¹	[?] [.] C _{y_{βw}}	0.0000	rad ⁻¹	? ↓ C _{yβ}	-0.7595	rad ⁻¹	? .
M ₁	0.229		° clatv	6.1631	rad ⁻¹	? ≪ x /c _v	0.7690		[?] ^C y _{βf}	-0.1392	rad ⁻¹	? 🗣 🖌		_	
AR _{veff}	2.65		?	6.1631	rad ⁻¹	?	-0.2652		[?] ^C y _β	-0.6203	rad-1	? ₩			
						1 2 0 0	1 1.		, ,	αβ					

Rys. II.1.28. Obliczona pochodna C_y^{β}

							Output Paramet	ers						
1 ₁	0.229		? c ₁	8.2175	rad ⁻¹	? Kw(b) + Kb(w)	1.22		? X _{ach}	43.60	m	° ⊄ CLan	4.5721	rad ⁻¹
cg	0.2612		? Swexp	168.82	m ²	? X _{ac}	24.51	m	? ₹ ₹ ac _h	3.5267		[?] ^Q C ^L ^Q	0.7122	rad ⁻¹
N	5.96	m	? cwexp	5.55	m	? x _{acw}	0.3229		CLhα	3.4473	rad ⁻¹	[?] C ^L ^Q ₩	3.5912	rad ⁻¹
αrw	8.2175	rad ⁻¹	[?] ≪ CL _{wα@M=0}	4.7974	rad ⁻¹	² c ^l α th	6.1631	rad ⁻¹	? ▼V _h	0.6631		2 CLq	8.1633	rad ⁻¹
^{ox} tw	8.2175	rad ⁻¹	[?] € ^{Wα} exp	4.7977	rad ⁻¹	° clarth	6.1631	rad ⁻¹	? ` ` ` ` ` ` ` ` ` `	3.10	m	? U		
x _w @M=0	8.0000	rad ⁻¹	? CL ^α	0.1119	rad ⁻¹	? clan	6.1631	rad ⁻¹	[?] CL _{ha}	43.2553	rad ⁻¹	?		

Rys. II.1.29. Obliczona pochodna C_z^q

						Output Paramet	ters							
M ₁	0.229	° cl ^a rw	8.2175	rad ⁻¹	[?] [≪] [™] α @M=0	4.7974	rad ⁻¹	? ≺ X _{ac} h	43.60	m	? ≪∃dεh/dα	0.2775		~ 4
×acw	24.51 m	° €l _{αtw}	8.2175	rad ⁻¹	CLwa	4.8627	rad ⁻¹	? ₹ ₹ ac _h	3.5267		? ♥ ♥	0.6631		~ V 4
x _{acw}	0.3229	? c1 ~ w	8.2175	rad ⁻¹	? ⊂ clarh	6.1631	rad ⁻¹	Zach	11.05	m	? ⊈ CL _{iαh}	1.2689	rad ⁻¹	~ 4
⊼ _{cg}	0.2612	? CL _{wα @M=0} cles	4.7974	rad ⁻¹	? ⊂l _{ath}	6.1631	rad ⁻¹	[?] C _{Lhα}	3.4473	rad ⁻¹	? ⊈CL _α	1.2689	rad ⁻¹	5 V S
c _w	5.96 m	? CL _{wα clean}	4.8627	rad ⁻¹	? ¢I _{αh}	6.1631	rad ⁻¹	? (d _{εh} /dα) _{p.off}	0.2775		?		_	

Rys. II.1.30. Obliczona pochodna C_z^{α}

M ₁	0.229	_	? X _{ac} v	37.76	m	? (dσ/dβ) _v	-0.2652	? ⊈ ₹	2.7002	rad ⁻¹	Cl _{βh}	0.0018	rad ⁻¹	5 A 3
c _{lanw}	8.2175	rad ⁻¹	? Zacv	7.31	m	? Clan	6.1631 ra	d ⁻¹	-0.6203	rad ⁻¹	? ≪ C _{Iβν}	-0.0561	rad ⁻¹	244
c _{latw}	8.2175	rad ⁻¹	AR _{veff}	2.65		? ⊂l _{atv}	6.1631 ra		0.0000	rad ⁻¹	[?] C _{lβ}	-0.1451	rad ⁻¹	5 P
c1 ^{aw}	8.2175	rad ⁻¹	?	0.7690		? ^{с∣} α∨	6.1631 ra	d ⁻¹ [?] C _{Ιβwf}	-0.0907	rad ⁻¹	?\ \ 4			
				D		121.0	1.	1 1	C^{β}					_

Rys. II.1.31. Obliczona pochodna C_l^r

						Output Parameters						
0.229		° clatw	8.2175	rad ⁻¹	? ◀ f _{bal} a	1.00	? . Cla	0.0000		Cl ^{sa0}	0.0883	rad ⁻¹
3705.23	<u>N</u> m ²	? • • •	0.0	deg	? C _{1al}	0.0000	? € Cloal	0.0441	rad ⁻¹	CI _{loa}	0.0883	rad ⁻¹
rw 8.2175	rad ⁻¹	? • • •	0.00	deg	[?] C _{Iar}	0.0000	Cloar	0.0441	rad ⁻¹	2		
					<u> </u>			σ^{δ_l}		1		

							Output Paramete	rs							
M ₁	0.229		? c1 _{0W}	8.2175	rad ⁻¹	? ₹ ₹ acw	0.3229		[?] [≪] [↓] [↓] [↓] [↓] [↓]	3.4473	rad ⁻¹	° € C _m q _{wf}	-2.4806	rad ⁻¹	?
x _{cg}	0.2612		? Swexp	168.82	m²	? c _l ,	6.1631	rad ⁻¹	? ₹ ₹	0.6631		[?] € ^m q	-17.4107	rad ⁻¹	~ V
c _w	5.96	m	? ⊂wexp	5.55	m	° cloth	6.1631	rad ⁻¹	? <u>¯</u> c _h	3.10	m	~ \			
с _{I «_{гw}}	8.2175	rad ⁻¹	°Cmαγ	0.3838	rad ⁻¹	? c _{loh}	6.1631	rad ⁻¹	[?] ^C mhq	-73.5189	rad ⁻¹	~ ♥ 			
c _l °tw	8.2175	rad ⁻¹	? ≪ K _{w(b)} + K _{b(w)}	1.22		? X _{ach}	43.60	m	C ^m d ^h	-14.9301	rad ⁻¹	? ♥			
°I _{αw} @M=0	8.0000	rad ⁻¹	? ▲X _{acw}	24.51	m	[?] ∉ ₹	3.5267		°Cmqt	-0.5343	rad ⁻¹	2			
						1 2 2 0	.1.1.		1 1	C^q					

Rys. II.1.33. Obliczona pochodna C_m^q

						Output Parameter	rs						
M ₁	0.229	° clank	8.2175	rad ⁻¹	? ≪ CL _{wα} @M=0	4.7974	rad ⁻¹	? X _{ach}	43.60	m	? dεh/dα	0.2775	
×acw	24.51 m	° c₁ _{αtw}	8.2175	rad ⁻¹	? ♥ ♥	4.8627	rad ⁻¹	? ₹ ₹ ₹	3.5267		? • •	0.6631	
x _{acw}	0.3229	? CI aw	8.2175	rad ⁻¹	? ^α th	6.1631	rad ⁻¹	[?] ₹ ^Z ac _h	11.05	m	? C _{m.αh}	-4.1434	rad ⁻¹
x _{cg}	0.2612	? C _L [™] α @M=0,	lean 4.7974	rad ⁻¹	? ⊈ αth	6.1631	rad ⁻¹	[?] C _{Lhα}	3.4473	rad ⁻¹	? Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ Υ	-4.1434	rad ⁻¹
c,w	5.96 m	CL _{wα clean}	4.8627	rad ⁻¹	? ⊂l _{αh}	6.1631	rad ⁻¹	? ∢ (dε _h /dα) _{p.off}	0.2775		24		
		_	D	11	1 24 01	1.			C ^ά				

Rys. II.1.34. Obliczona pochodna C_m^a

M ₁	0.229	? V _v	0.0872		? ♥ ▼	6.1631	rad ⁻¹	[?] ≪ C _{yβv}	-0.6203	rad ⁻¹	[?] ∉ C _{nβv}	0.2249	rad ⁻¹	? ₩
Ref	229.4511	x 10 ⁶	/ _{eff} 2.65		[?] ⊄ ^V γ _{vβ}	2.7002	rad ⁻¹	? K _{Nfus}	0.00117		? ₽ C _{nβ}	0.1026	rad ⁻¹	~ V .
X _{ac}	37.76	m ? c _{la}	v 6.1631	rad ⁻¹	? ≪ x/c _v	0.7690		[?] ♥K _{RI} fus	2.11350		?			
Z _{acv}	7.31	m 🤤 c _l a	v 6.1631	rad ⁻¹	? (dσ/dβ) _v	-0.2652		? € C _{nβ}	-0.1223	rad ⁻¹	~\ \ 4			
									0					_

Rys. II.1.35. Obliczona pochodna C_n^β

						Output Paramete	ers					
M ₁	0.229	Zacy	7.31	m	[?] ^c l _{αtν}	6.1631	rad ⁻¹	?	0.7690	- ? C _n ,	-0.0027	rad 1
CLw cin p.off	0.0010	AR _{veff}	2.65		? Clay	6.1631	rad ⁻¹	? (dσ/dβ) _v	-0.2652	? C _n r _v	-0.1631	rad ⁻¹
X _{acv}	37.76 m	[?] ⊂l _{αN}	6.1631	rad ⁻¹	Cyvp	2.7002	rad ⁻¹	[?] ⊂ _{y_β}	-0.6203	rad ⁻¹	-0.1659	rad ⁻¹
			Ry	s. 11.1		Obliczon	na po	chodna	C_n^r			

Output Paramet ? β_δ 0.229 6.1631 1.0000 -0.3039 -0.0924 rad⁻¹ rad Μ. 44 $\frac{N}{m^2}$ 3705.23 6.1631 1.00 0.1973 0.0000 rad⁻¹ rad-1 ? 2.65 2.7002 rad⁻¹ -0.3039 0.0000 AR 6.1631 0.7690 0.1973 -0.0924 rad⁻¹ rad⁻¹ rad⁻¹ 4 *Rys. II.1.37. Obliczona pochodna* $C_n^{\delta_V}$

C _{za}	literatura	AAA		C _{ma}	literatura	AAA
(dC _{za} /dq) _{kad}	0.909273	0.7122		(dC _m /dq) _{kad+skrz}	-2.95361	-2.4806
(dC _{za} /dq) _H	4.546364	4.5721		(dC _m /dq) _H	-14.7681	-14.9301
(dC _{za} /dα') _H	1.879428	1.2689		(dC _m /dα') _H	-6.10499	-4.1434
	Rys. 11.1	.38. Poróv	vnanie wy	ników obliczeń d	dla ruchu	podłużneg

C _{ya}	literatura	AAA		Cı	literatura	AAA		Cn	literatura	AAA
(dC _y /dβ) _{kad}	-0.18343	-0.1392		(dCı/dβ) _{kad}	-0.00859	-0.0907		(dC _n /dβ) _{kad}	-0.1292	-0.1223
(dC _y /dβ) _v	-0.6755	-0.6203		(dC₁/dβ) _v	-0.06116	-0.0561		(dC₀/dβ)v	0.245	0.2249
dC _y /dβ	-0.85893	-0.7595		dCı/dβ	-0.05257	-0.1454		dC _n /dβ	0.1158	0.1026
(dC _y /dp) _v	-0.12233	0		(dC₁/dp)v	-0.01065	0		(dC _n /dp) _v	0.04437	0
(dC _y /dr) _v	0.49	0.4499		(dC₁/dr) _v	0.04437	0.0407		(dC _n /dr) _v	-0.17774	-0.1631
dC _y /dδ _∨	0.196905	0.1973		dC₁/dδ _v	0.017829	0.0235		dC _n /dδ _v	-0.07142	-0.0924
				dCı/dδı	-0.07761	-0.0883		dC _n /dδ _l		0
	R	ys. II.1.3	39. Porć	wnanie wyn	ików ob	liczeń d	la ruchi	ı bocznego)	

2. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK UKŁADU NAPĘDOWEGO

W raporcie MAK [20] podano, że samolot wyposażony był w silniki typu D-30KU-154. Charakterystyki tych silników znaleźć można w [4]. Pokazano je na rysunku II.2.1 gdzie widoczny jest przebieg ciągu rozporządzalnego oraz jednostkowego zużycia paliwa w funkcji obrotów (względnych i bezwzględnych) sprężarki wysokiego ciśnienia (NWC).



Ponieważ w opublikowanych zapisach rejestratora podano przebieg względnych obrotów turbiny sprężarki niskiego ciśnienia (NNC) /rys.II.2.3/, to wykorzystując dane z [4] /rys. II.2.4/ określono zależność pomiędzy NWC i NNC. Pokazano ją na rysunku II.2.5. Wartość ciągu w trakcie lotu można odtworzyć wykorzystując kolejno rysunki: II.2.3(NNC) \rightarrow II.2.5(NWC) \rightarrow II.2.2(P).



					T	Габлица 2
	Наземные (<i>P_H</i>	ережимыра _I = 760 ммр	аботы двига от. ст., t = 15	теля Д-30 5°С, Н = 0	КУ-154))	
D	owum poforu	Частота вр мин	ащения, %, 1 ⁻¹	Средняя темп.	Сила	Удель- ный расход
	ежим работы	кнд	КВД	газов за турб., °С	кН	топлива, <u>кг топл</u> Н.ч
Взле	етный	$\begin{array}{c} 85,5\ldots 88,0 \\ 4660{\pm}75 \end{array}$	$94,5\ldots96,0$ 10420^{+50}_{-100}	595 (не более)	105±1%	0,0498
Ном	инальный	${}^{82,0\ldots85,0}_{4490\pm75}$	$93, 0. \dots 95, 0$ $10230 {\pm} 100$	575 (не более)	$95_{-2}\%$	0,0492
0,9 1	номинального	$78,5\ldots 81,5\ 4310{\pm}75$	$91,5\ldots 93,5$ $10060{\pm}100$	545 (для свед.)	$88,5_{-2}\%$	0,0490
0,7 1	номинального	$^{71,0\ldots74,0}_{3900\pm75}$	$87,5\ldots90,0$ 9690^{+100}_{-150}	505 (для свед.)	$66,5_{-2}\%$	0,0489
0,6 1	номинального	$^{67,0\ldots70,0}_{3680\pm75}$	$85,5\ldots 88,0$ 9470^{+100}_{-150}	485	$57_{-2}\%$	Получ.
0,42 Поса газ	номинального адочный малый	57,560,5 3170±75	$\substack{81,0\ldots83,5\\8970^{+100}_{-150}}$	445	$40_{-2}\%$	Получ.
Мал	ый газ	30 1600 (для свед.)	59,561,5 6600 ± 100	465	9,4 (не более)	Часовой расход 800 кг/ч



3. IDENTYFIKACJA CHARAKTERYSTYK MASOWYCH SAMOLOTU Tu-154M

Podstawowymi danymi koniecznymi do obliczeń są dane masowe – masa oraz masowe momenty bezwładności. Raporty komisji podają masę samolotu w sposób ścisły:

- w raporcie KBWLLP (Zał.3, str. 8/12): *m*=77833kg

- w raporcie MAK (str.139): *m*=78600kg

Do obliczeń przyjęto: m=77833kg

Żadne dostępne źródło nie zawiera informacji dotyczących momentów bezwładności samolotu Tu-154M. W związku z tym zastosowano metodę wyznaczania tych momentów podaną w [21] – rozdz.3.1 Części V. Zgodnie z nią momenty są odpowiednio równe:

$$I_x = mR_x^2, \quad I_y = mR_y^2, \quad I_z = mR_z^2,$$

gdzie R_x , R_y , R_z są "promieniami bezwładności" względem poszczególnych osi samolotu. Są one powiązane z "bezwymiarowymi promieniami bezwładności" - $\overline{R_x}$, $\overline{R_y}$, $\overline{R_z}$. Relacje są następujące:

$$R_x = \frac{\overline{R_x}l}{2}$$
 $R_y = \frac{\overline{R_y}L}{2}$ $R_z = \frac{\overline{R_z}(l+L)}{4}$

gdzie l – rozpiętość skrzydła, L – długość samolotu. Zatem momenty bezwładności można obliczyć z wyrażeń:

$$I_x = \frac{mR_x^2 l^2}{4}, \quad I_y = \frac{mR_y^2 l^2}{4}, \quad I_z = \frac{mR_z^2 (l+L)^2}{16}.$$

W [21] w Części V w Dodatku B można znaleźć wartość \overline{R}_x , \overline{R}_y , \overline{R}_z dla różnego typu samolotów. Ponieważ konstrukcja samolotu Tu-154M jest zbliżona do samolotu Boeing 727-200 do obliczeń przyjęto dane odpowiadające temu samolotowi:

$$\overline{R}_x = 0.248$$
 $\overline{R}_y = 0.394$ $\overline{R}_z = 0.502$

Otrzymano: $I_x = 1687435 \ kgm^2$, $I_y = 6937779 \ kgm^2$, $I_z = 8956317 \ kgm^2$,

Do weryfikacji powyższych obliczeń wykorzystano również program Advanced Aircraft Analysis. Wyniki pokazano na rysunku II.3.1. W symulacjach wykorzystano dane z tego rysunku.



4. WALIDACJA MODELU RUCHU SAMOLOTU

W celu oceny poprawności modelu symulacyjnego dokonano obliczeń, których wyniki można było porównać z dostępnymi danymi dotyczącymi rzeczywistego samolotem. Porównanie to ma charakter ograniczony i z powodu braku danych nie uwzględnia dynamicznych własności samolotu. Możliwe było jedynie porównanie pojedynczych, często niekompletnych danych dotyczących ustalonych stanów lotu. Zaczerpnięto je z literatury [4, 14, 17].

W pracy [4] pokazano przebieg ciągów rozporządzalnych i niezbędnych dla samolotu o masie 100000kg na wysokości H=0. Są one przedstawione na rys. II.4.1.



Pokazane na rysunku II.4.1 przebiegi odtworzono. Następnie dla wybranych prędkości lotu obliczono parametry określające ustalony lot poziomy. Na rys.II.4.2 pokazano odtworzone charakterystyki ciągów niezbędnego i rozporządzalnego oraz obliczone wartości ciągu niezbędnego dla samolotu w konfiguracji gładkiej /zielone kwadraty/. Widać dobrą zgodność obliczeń i danych literaturowych. Świadczy to o prawidłowości przyjętej w obliczeniach charakterystyk $C_{za}(\alpha)$ i $C_{xa}(\alpha)$.



5. OSZACOWANIA DOTYCZĄCE SIŁY UDERZENIA W DRZEWO

Z raportów [19, 20] wynika, że skutkiem zderzenia było ścięcie brzozy. Było to zjawisko dynamiczne, które odpowiada przypadkowi udarowego niszczenia materiału. W związku z tym przeprowadzono pokazane poniżej analizy, które posłużyły do oszacowania wartości siły oddziaływującej na skrzydło samolotu.

Oszacowanie energii koniecznej do udarowego przecięcia brzozy

Energię konieczną do udarowego zniszczenia brzozy można obliczyć znając udarność drewna brzozowego²⁷ oraz pole powierzchni przekroju brzozy.

²⁷ Udarność definiowana jest jako minimalna ilość energii koniecznej do udarowego złamania próbki materiału o jednostkowym przekroju.

Energia konieczna do udarowego zniszczenia brzozy

W literaturze [5, 7, 23] znaleźć można dane dotyczące drewna brzozowego. Jego udarność zmienia się w granicach²⁸ od $U_{brz}=45 \div 140 \text{ kJ/m}^2$. Jeżeli średnica brzozy wynosi $d_{brz}=0.4m$, to powierzchnia przełomu jest równa $S_{brz}=0.126m^2$. Zatem energia zużyta do złamania brzozy jest równa:

$$E_{brz} = U_{brz} \cdot S_{brz} = 5670 \div 17640J$$

Oszacowanie wielkości siły uderzenia

Zderzenie skrzydła z brzozą było zjawiskiem dynamicznym, zachodzącym w bardzo krótkim czasie. Dlatego uprawnionym jest analizowanie go z wykorzystaniem udarności jako podstawowego parametru fizycznego elementów biorących w nim udział. Tym niemniej w celu pełniejszego obrazu tego zdarzenia należy wykonać oszacowania dotyczące czystego ścinania.

Ścinanie statyczne

Ścinanie jest zjawiskiem statycznym. Podstawowym parametrem fizycznym jest w tym przypadku współczynnik wytrzymałości na ścinanie k_t . W literaturze znaleźć można dla brzozy jego wartość równą $k_t=2\div 12MPa^{29}$. Pozwala to na obliczenie siły niezbędnej do statycznego ścięcia brzozy:

$$T_{sc} = k_t S_{brz} = 251327N \div 1507965N$$

Przyjęte powyżej do obliczeń wartości współczynnika wytrzymałości na ścinanie dotyczą ścinania wzdłuż włókien drewna suchego o wilgotności 15%. Ze względu na anizotropię drewna współczynnik k_t dla ścinania w poprzek włókien jest inny (większy?). Jednocześnie wiadomo, że wzrost wilgotności powoduje spadek wytrzymałości drewna, np. przy całkowitym nasyceniu wodą (30%) wytrzymałość spada w stosunku do wilgotności 15% o 50% przy ściskaniu i 40% przy zginaniu. Z tych powodów jako miarodajne można przyjąć mniejsze wartości siły T_{sc} , która spowodowałaby statyczne ścięcie brzozy. Do dalszych analiz założono, że T_{sc} =600000N (około 60T)³⁰.

Pękanie udarowe brzozy

Ponieważ brzoza został całkowicie przecięta, to siła udarowa T_{ud} powodująca to przecięcie działała na odcinku równym średnicy brzozy d_{brz} . Praca tej siły musi być równa obliczonej wcześniej energii koniecznej do zniszczenia brzozy. Stąd siła jest szacunkowo równa:

²⁸ Należy podkreślić, że udarność drewna istotnie zależy od jego struktury i wilgotności.

²⁹ Jest to wartość dla ścinania wzdłuż włókien.

³⁰ Jest to wartość zgodna z przyjętą przez J. Błaszczyka w pracy [15].

$$T_{ud} = \frac{E_{brz}}{d_{brz}} = 14175 \div 44100$$
N

Taka siła działały by na skrzydło, gdyby zniszczenie brzozy miało charakter udarowy. Jest to wartość wielokrotnie mniejsza od obliczonej dla przypadku statycznego ścinania.

Rzeczywiste ścięcie brzozy

Z powyższych obliczeń wynika, że ścinanie statyczne wymaga wielokrotnie większej siły niż w przypadku oddziaływań udarowych. Należy podkreślić, że w trakcie badań udarności materiałów badana próbka jest odpowiednio przygotowana - po stronie przeciwnej do uderzenia nacięty jest karb o przekroju "V" lub "U", na którym inicjowane jest pękanie. W analizowanym przypadku karbu nie było, zaś w miejscu uderzenia początkowo doszło do odkształceń plastycznych drewna oraz ścinania. Wymagało to odpowiedniej siły. Aby ją ocenić konieczna jest znajomość obszaru, na którym doszło do ścinania. Nie jest to możliwe do ustalenia przez autora. Dlatego arbitralnie założono, że ścinanie dotyczy 15% powierzchni przekroju brzozy. W związku z tym siła ścinania, którą należy uwzględnić wynosiła $0.15T_{sc}$ =90000N (około 9 Ton).

Sumując siłę konieczną do ścinania z siłą konieczną do udarowego pękania otrzymuje się wartość siły oddziaływania brzozy ze skrzydłem równą okołoT=13000N (około 13Ton). Siła ta ma składowe $[T_x, T_y, T_z]^T$ w układzie *Oxyz* związanym z samolotem. Są one równe:

 $T_x = T \cos \alpha$, $T_y = 0$, $T_z = -T \sin \alpha$

Siła **T** powoduje powstanie momentu \mathbf{M}_T , który został uwzględniony w formule (I.2.21). Moment ten można obliczyć z wyrażenia $\mathbf{M}_T = \mathbf{r}_T \times \mathbf{T}$: Wektor \mathbf{r}_T określa położenie miejsca uderzenia w układzie *Oxyz*.

Jak zaznaczono powyżej, ocena wielkości siły działającej na skrzydło ma charakter jedynie szacunkowy. Dlatego też w rozdziale 3 części IV oceniono wpływ różnej wielkości siły na lot samolotu. Autor ma nadzieję, że specjaliści z zakresu wytrzymałości materiałów wyznaczą dokładniejszą wartość tej siły.

CZĘŚĆ III - OKREŚLENIE WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH ORAZ INNYCH DANYCH DO OBLICZEŃ

1. OKREŚLENIE CZASÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH I WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH

Warunki początkowe obliczeń określono w oparciu o dane zawarte w [19] i [20].

1.1. Początkowy czas obliczeń

Korzystając z danych z [20] obliczenia przeprowadzono rozpoczynając je dla czasu t_{pocz} = 10:40:52. Dla tego czasu określono wartości początkowe: prędkości lotu, wysokości lotu, kąta pochylenia toru lotu. Na rysunku III.1.1 czas ten zaznaczono pionowym znacznikiem na wykresie prędkości lotu.





1.2. Czas zderzenia z brzozą

Czas zderzenia odczytano z rys. 45 raportu MAK, który pokazano na rys III.1.3 niniejszego opracowania. Przyjmując, że środek pionowej niebieskiej linii oznacza moment zderzenia ustalono czas zderzenia: $t_{zderz} = 10:41:0.39$. Przeliczając go na czas "obliczeniowy"³¹ otrzymuje się:

 $t_{zderz_{obl}} = t_{zderz} - t_{pocz} = 10:41:0.39 - 10:40:52 = 8.39s$

Raporty [19] i [20] zawierają też liczbowe dane dotyczące czasu uderzenia w brzozę:

- w raporcie MAK (str 167/168) podano: $t_{zderz} = 10:41:00;$

- w raporcie KBWLLP (Zał.4. tab.1) podano: $t_{zderz} = 6:41:02.8$.

Dane MAK pokrywają się z samodzielnie przeprowadzonym odczytem. Dają one czas uderzenia równy $t_{zderz_obl}=10:41:00-10:40:52=8.0s$. Natomiast dane KBWLLP dają czas zderzenia równy $t_{zderz_obl}=6:41:02.8-6:40:52=10.8s$.

Uznając wykonane odczyty zamieszczonych zapisów rejestratora za najbardziej miarodajne, do głównych obliczeń przyjęto, że $t_{zderz_obl}=8.39s$. Aby sprawdzić wpływ czasu zderzenia z brzozą na lot samolotu przeprowadzono też obliczenia dodatkowe, których wynik pokazany będzie w rozdziale 4 części IV.

³¹ Czas od początku obliczeń.





1.3. Czas zderzenia z ziemią

Podany w raportach czas zderzenia z ziemią jest równy:

- w raporcie KBWLLP [19] (zał.4. tab.1) podano: $t_{uderz}=6:41:07.5 (t_{uderz_obl}=15.5s)$
- w raporcie MAK [20] (str.13) podano: $t_{uderz} = 10:41:06 (t_{uderz_obl} = 14.0s)$

Zatem zderzenie z ziemią powinno nastąpić w czasie symulacji zawartym pomiędzy 14-15.5s.

1.4. Początkowa prędkości lotu

W celu określenia początkowej prędkości lotu wykorzystano rys. 25 z raportu MAK, którego fragment pokazano na rys.III.1.1. Na rys.III.1.2 przedstawiono przebieg odtworzony po digitalizacji. Na podstawie tych wykresów ustalono wartość początkową prędkości lotu $V_{pocz}=77.78m/s$.

1.5. Trajektoria lotu

Trajektorię lotu ustalono w oparciu o dane z raportu MAK. Pokazano je na rys.III.1.3-III.1.6. Na podstawie rys.III.1.3 ustalono, że w chwili początkowej (10:40:52) wysokość radiowa wynosiła H_{rad} =58.24m.

Mając wartości wysokości radiowej H_{rad} oraz profil terenu H_{ter} (rys.III.1.5 - "*Terrain elevation from RWY 26 (eval.)*" i w końcowej części "*Terrain elevation from RWY 26 (GIS Data)*") obliczono wysokość lotu w odniesieniu do poziomu zerowego (lotniska) według wzoru:

$H_{lotu} = H_{rad} + H_{ter}$

Przebieg obliczonej w ten sposób wysokości lotu w funkcji odległości od początku pasa pokazano na rysunku III.1.6. Na rysunku tym pokazano też odczytaną z rys.III.1.5 trajektorię według MAK. Widoczne jest równoległe przesunięcie w pionie obu trajektorii wynoszące około 4 metry.





1.6. Początkowy kąt pochylenia toru lotu

Znajomość wysokości lotu w funkcji odległości od pasa umożliwia określenie początkowego kąt pochylenia toru lotu. W tym celu dla fragmentu toru lotu w pobliżu punktu początkowego³² obliczono uśredniony kąt pochylenia toru. Ilustruje to tabela III.1.1 z wartościami odpowiadającymi wykresowi odtworzonej wysokości lotu z rys.III.1.6. Kąt ten liczono z zależności:

$$\gamma_a = \arctan \frac{\Delta wysokosci}{\Delta odleglosci}$$

Rysunek III.1.6 pokazuje, że przebiegi wysokości lotu wg. MAK i wysokości obliczonej są równoległe. Dlatego ze względu na większą "gładkość" przebiegu wysokości MAK, posłużyła ona do obliczenia kąta pochylenia toru lotu w pobliżu punktu początkowego. Wykorzystano liczby zaznaczone w tabeli III.1.1.b kolorem żółtym. Początkowy kąt pochylenia toru lotu jest równy:

$$\gamma_a = \arctan \frac{0 - 20}{1558.42 - 1320.79} = -4.81^{\circ}$$

Tab.III.1.1.a. Dane do odtworzenia toru lotu w oparciu o profil terenu i wysokość radiową

			wys
odległość	wys radiowa	teren [m]	obliczona
[m]	[m]		[m]
-1600.00	77.76	-50.63	27.13
-1585.19	76.13	-48.61	27.52
-1568.89	72.05	-47.56	24.49
-1552.59	70.63	-46.34	24.29
-1545.19	68.59	-46.74	21.85
-1536.30	67.57	-46.82	20.75
-1524.44	67.37	-46.90	20.47
-1511.11	66.15	-46.12	20.03
-1503.70	64.11	-45.34	18.77
-1485.93	61.26	-43.00	18.26
-1485.93	60.03	-42.93	17.10
-1471.11	57.18	-40.59	16.59
-1469.63	55.96	-40.20	15.76
-1438.52	51.48	-37.24	14.24

³² Punkt początkowy określony został w rozdziale 2.3.

	wysokość		wysokość
odległość	lotu wg	odległość	lotu wg
[m]	MAK [m]	[m]	MAK [m]
-1583.66	22.88	-1224.26	-7.40
-1558.42	20.00	-1206.44	-8.42
-1546.53	18.81	-1200.50	-8.86
-1531.68	17.56	-1185.64	-9.72
-1515.35	16.00	-1170.79	-10.46
-1493.07	14.12	-1161.88	-11.00
-1476.73	12.79	-1141.09	-11.79
-1464.85	11.95	-1127.72	-12.38
-1447.03	10.44	-1117.33	-12.73
-1441.09	10.00	-1099.50	-13.44
-1432.18	9.19	-1071.29	-14.37
-1424.75	8.49	-1062.38	-14.57
-1408.42	7.27	-1016.34	-14.53
-1395.05	5.90	-1000.00	-14.18
-1377.23	4.65	-971.78	-13.08
-1368.32	3.94	-964.36	-12.73
-1346.04	2.17	-955.45	-12.26
-1334.16	1.05	-950.99	-12.07
-1320.79	0.00	-931.68	-11.07
-1295.54	-2.21	-925.74	-10.70
-1277.72	-3.38	-916.83	-10.11
-1262.87	-4.71	-901.98	-9.03
-1255.45	-5.14	-879.70	-7.29
-1233.17	-6.86	-863.37	-5.98

Tab.III.1.1.b. Dane do odtworzenia toru lotu w oparciu o raport MAK

2. IDENTYFIKACJA POŁOŻENIA PUNKTÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH

2.1. Punkt zderzenia z brzozą

Punkt zderzenia z brzozą określono na podstawie danych z raportów MAK [20] i KBWLLP [19]. Położenie tego punktu w stosunku do początku pasa można ustalić na podstawie rys.46 raportu MAK, którego fragment pokazano na rys. III.1.5 niniejszego opracowania. Odczytano z niego dla punktu "Airframe destruction start" wartość odległości od progu pasa s_{zderz} =-863.7m.

Raporty [19] i [20] zawierają dane dotyczące położenia brzozy:

- w raporcie KBWLLP (zał.4. tab.2) podano: *s*_{zderz}=855*m*, *y*_{zderz}=63*m*

- w raporcie MAK (rozdz.1.12) podano: $s_{zderz}=1100-244=856m$, $y_{zderz}=61m$

2.2. Punkt zderzenia z ziemią

Na podstawie danych z raportów ustalono położenie punktu uderzenia w ziemię:

- w raporcie KBWLLP (zał.4. tab.2 pkt 14) podano: suderz=518m, yuderz=93m

- w raporcie MAK (rozdz.1.12 tab.1 pkt 37) podano: suderz=511m, yuderz=96m

2.3. Punkt początkowy (odległość od progu pasa i wysokość lotu)

Dla określonej wcześniej początkowej radiowej wysokości lotu (H_{rad} =58.24m) z rysunku III.1.5 odczytano (patrz też tab.III.1.1.a), że odpowiada ona odległości s_{pocz} = -1478m³³ od progu pasa. Uwzględniając prędkość początkową V_{pocz} =77.78m/s oraz czas zderzenia z brzozą t_{zderz_obl} =8.39s można oszacować odległość, którą samolot "przebył" w tym czasie s=77.78*8.39=652m. W chwili początkowej obliczeń samolot znajdował się w odległości równej sumie obliczonej odległości i odległości brzozy od początku pasa. Mamy:

- dla własnego odczytu spocz=863.7+652=1516m

- dla danych KBWLLP spocz=855+652=1507m

- dla danych MAK *s*_{pocz}=856+652=1508m

Do obliczeń przyjęto wartość średnią z wszystkich powyższych wartości tzn:

$$s_{pocz} = \frac{1478 + 1516 + 1507 + 1508}{4} = 1502m$$

Zgodnie z raportem KBWLLP (zał.4 tab.2) pierwsze uderzenie w odległości 1099m od progu pasa i 39 metrów od osi pasa nastąpiło prawym skrzydłem. Z powodu braku innych informacji założono, że skrzydło uderzyło w ½ swojej rozpiętości. W związku z tym przyjęto, że odległość samolotu "w bok" od osi pasa była równa 50 metrów (39+9=48)³⁴.

Dla punktu początkowego (1502m) odczytano rzeczywistą wysokość lotu (rys.III.1.6 i tab.III.1.1). Wynosiła ona $H_{pocz}=14.12m$ dla wysokości lotu z raportu MAK lub $H_{pocz}=18m$ dla wysokości lotu odtworzonej według opisu z rozdziału III.1.5.

³³ Zastosowane oznaczenia: *s*-odległość po prostej do początku pasa, *x*-współrzędna punktu wzdłuż osi pasa, *y*-współrzędna punktu prostopadła do osi pasa.

³⁴ Wartość 9 metrów to połowa długości połówki skrzydła.

3. IDENTYFIKACJA PROFILU TERENU I CHARAKTERYSTYCZNYCH PUNKTÓW TERENOWYCH

Profil terenu odtworzono na podstawie raportów komisji MAK i komisji KBWLLP oraz odczytów dokonanych przy wykorzystaniu programu Google Earth.

3.1. Dane z raportu MAK

Rysunek 46 z raportu MAK zawiera profil terenu wzdłuż trajektorii lotu. Wysokością odniesienia jest poziom lotniska. Analizowany fragment tego rysunku pokazano na rys.III.3.1. Odczytano z niego wysokość terenu na podstawie przebiegu brązowej linii (*Terrain elevation from RWY 26 (eval.*)) do znacznika "*Airframe destruction start*", zaś dalej w oparciu o niebieską linię (*GIS data*).

Rysunek 35 z raportu MAK również zawiera profil terenu wzdłuż trajektorii lotu. Pokazano go na rysunku III.3.2. W tym przypadku podano wysokość terenu n.p.m. Uwzględniając podany w raporcie MAK poziom lotniska (str 13) – 258 m można określić profil terenu względem tego poziomu.

Odtworzone przebiegi terenu według obu rysunków pokazano na rys.III.3.3.






3.2. Dane z raportu KBWLLP

Raport KBWLLP zawiera dane dotyczące wysokości lotu w załączniku 4 (tab.2) oraz na dwóch rysunkach w załączniku 1. Fragment rysunku z załącznika pokazano na rys.III.3.4. natomiast na rysunku III.3.5 odtworzony profil terenu. Linia ciągła dotyczy terenu odtworzonego na podstawie załącznika 1, zaś punktami zaznaczono dane z tabeli 2 załącznika 4.





3.3. Identyfikacja profilu terenu na podstawie Google Earth

W oparciu o dane z załącznika 1 raportu KBWLLP, pokazane na rys.III.3.6, wykorzystując program Google Earth, określono położenie charakterystycznych punktów trajektorii lotu samolotu oraz ustalono wysokość terenu w tych punktach. Na rysunku III.3.7 pokazano natomiast sposób odczytu. Tabela III.3.1 zawiera wyniki odczytów dotyczące tych punktów.





Tab.III.3.1. Dane dotyczące punktów	charakterystycznych
-------------------------------------	---------------------

				dług.								
		szer geogr z		geogr z	długość.				odl od			
	Punkty z raportu Millera	rap. Millera	szer. geoge.	rap. Millera	geogr.	wys	wys	odl y	progu	odl y	odl x	odległość
							rap	rap	rap			
Lp		wsp N	wsp N	wsp E	wsp E	Google	KBWL	KBWL	KBWL	Google	Google	Google
	pierwszy kontakt z brzozą											
1	przy BRL	54 ⁰ :49,520'	54 ⁰ :49':32.2"	32 ⁰ :03,653'	32 ⁰ :03':39.18"	240	239	39	1099	35.61	1098.29	1098.8671
2	kępa młodych drzew	54 ⁰ :49,507'	54 ⁰ :49':30.42"	32 ⁰ :03,485'	32 ⁰ :03':29.1"'	246	246	54	919	55.14	916.91	918.56647
3	kępa młodych brz i top	54 ⁰ :49,501'	54 ⁰ :49':30.06"	32 ⁰ :03,468'	32 ⁰ :03':28.08"	246	246	64	901	65.49	895.81	898.2007
4	brzoza utrata skrz	54 ⁰ :49,500'	54 ⁰ :49':30.00"	32 ⁰ :03,425'	32 ⁰ :03':25.5"	249	250	63	855	62.09	851.64	853.90038
5	słupy energ	54 ⁰ :49,500'	54 ⁰ :49':30.00"	32 ⁰ :03,352'	32 ⁰ :03':21.12"	252	253	59	777	60.71	771.58	773.96473
6	2 świerki w rowie	54 ⁰ :49,496'	54 ⁰ :49':29.76"	32 ⁰ :03,307'	32 ⁰ :03'18.42"	253	254	64	729	64.65	722.25	725.1377
7	topola z 3 konarami	54 ⁰ :49,492'	54 ⁰ :49':,29.52"	32 ⁰ :03,252'	32 ⁰ :03':15.12"	254	257	68	671	70.43	664.3	668.02311
8	topola przed drogą	54 ⁰ :49,487'	54 ⁰ :49':29.22"	32 ⁰ :03,223'	32 ⁰ :03':13.38"	255	257	76	640	78.06	633.73	638.51944

9	kępa drzew za drogą	54 ⁰ :49,483'	54 ⁰ :49':28.98"	32 ⁰ :03,200'	32 ⁰ :03':12.00"	256	255	82	616	83.78	607.8	613.54701
10	uderz w ziemie	54 ⁰ :49,475'	54 ⁰ :49':28.5"	32 ⁰ :03,106'	32 ⁰ :03':6.36"	257	253	93	518	94.11	506.3	514.97221
	początek pas		54 ⁰ :49':30.69"		32 ⁰ :02':,37.74"	254						

 $odleglosc = \sqrt{(odl x)^2 + (odl y)^2}$

3.4. Porównanie danych z raportu KBWLLP, raportu MAK i odczytów z Google Earth

Na rysunku III.3.8 pokazano profil terenu uzyskany wszystkimi omówionymi powyżej sposobami. Widoczna jest dobra zgodność danych z raportu Millera oraz odczytów Google Earth. Natomiast dane z raportu MAK różnią się znacznie, również między sobą.

W związku z dużą rozbieżnością profili terenu podanych przez obie komisje dokonano próby takiego przesunięcia wykresów, aby pokryły się możliwie dokładnie. W efekcie po przesunięciu wykresu "raport MAK Fig.46" o 130 metrów uzyskano przybliżoną zgodność profili terenu. Pokazano to na rysunku III.3.9.





Analiza danych z tabeli dotyczących punktów charakterystycznych pozwala stwierdzić, że:

- dane z raportu KBWLLP oraz z pomiarów własnych dotyczące odległości punktów od progu pasa są zgodne (kolumna "*odl od progu – rap KBWLLP*" oraz kolumna "*odległość Google*") – różnica nie przekracza 4 m;

dane z raportu KBWLLP oraz z pomiarów własnych dotyczące wysokości terenu w punktach charakterystycznych są zgodne (kolumna "*wys – rap KBWLLP*" oraz kolumna "*wys Google*") – różnica nie przekracza 4 m;

 dane z raportu MAK różnią się profilem terenu, który w przesunięty jest o około 130 metrów w lewo.

W raporcie MAK można znaleźć dane dotyczące punktów pierwszego uderzenia w drzewa oraz w brzozę. Dwa fragmenty tekstu pokazano na rys.III.3.10.

1.12. Wreckage Information

The accident site represents crossed terrain with hills and forest, trees going as high as 25 m, with elevation 230-260 m above sea level and significant swamped areas.

The first impact (aircraft structure not destroyed) was on a tree top at a height of about 11 m near the middle marker at a distance of 1100 m from runway 26 threshold and lateral deviation of 35 m left from the extended runway centerline at a point located N54°49.521′ E32°03.65′ (Figure 26 and Figure 35). The terrain elevation near the middle marker and place of first impact is 233 m; runway 26 threshold elevation is 258 m. Thus, when passing the middle marker the aircraft was about 14 m lower than runway 26 threshold.

No aircraft elements were found before the place of the first impact.

Further the aircraft hit a group of trees at about 4 m AGL and at a distance of about 170 m from the point of first impact. The hits did not destroy the aircraft structure; no aircraft fragments were found at the place of impact with these trees. According to the damage sustained by the trees the aircraft was proceeding with a heading close to landing course, a bit left from the runway centerline.

At a distance of 244 m from the first impact with lateral deviation of 61 m left from the extended runway centerline at a height of about 5 meters the aircraft hit a birch with a trunk measuring 30-40 cm in the diameter (Figure 27 and Figure 35).

Rys.III.3.10. Tekst z raportu MAK dotyczący punktów charakterystycznych

Z tekstu wynika, że **dla punktu nr 1** z tabeli III.3.1 "pierwszy kontakt z brzozą przy BRL" w obu raportach podano te same współrzędne geograficzne oraz tą samą odległość od początku pasa (różnica 1 metra). Podana w raporcie MAK odległość od osi pasa (35 metrów) jest mniejsza niż podano w raporcie komisji Millera (39 metrów) natomiast zgadza się z pomiarami Google Earth (35.61m). Podana w raporcie MAK wysokość terenu (233 metry) tego punktu różni się od danych z raportu Millera (239 metrów) i z pomiarów Google Earth (240 metrów).

Z raportu MAK wynika, że brzoza była położona w odległości 1100-244=856 metrów. Odległość ta zgadza się z danymi z tabeli (**punkt 4** tabeli III.3.1) dotyczącymi raportu KBWLLP oraz pomiarów Google Earth. Również podana odległość od osi pasa (61 metrów) zgadza się z pozostałymi danymi z dokładnością do 1-2 metrów.

4. IDENTYFIKACJA PRZEBIEGU ZAREJESTROWANYCH PARAMETRÓW STEROWANIA

Poniżej pokazane zostaną zawarte w raportach i wykorzystane w symulacji przebiegi parametrów sterowania oraz przebiegi zrekonstruowane poprzez digitalizację wykresów.

Rozpoczynają się one dla czasu rejestracji 10:40:52 – zaznaczono go na rysunkach z raportu MAK pionową kreską. Odpowiada on czasowi symulacji *t*=0.

W czasie lotu rejestrowano następujące parametry:

- obroty względne turbiny sprężarki niskiego ciśnienia (NNC)
- wychylenie steru wysokości δ_H
- wychylenie lotek δ_l
- wychylenie steru kierunku δ_V

4.1. Przebieg zmian obrotów turbiny sprężarki niskiego ciśnienia



³⁵ Sposób obliczenia wartości ciągu na podstawie wartości NNC omówiono w rozdziale 2 części II.



4.2. Przebieg zmian kąta wychylenia steru wysokości







4.4. Przebieg zmian kąta wychylenia steru kierunku

5. OSZACOWANIE CZASU ODDZIAŁYWANIA SIŁY NA SKRZYDŁO

Zakładając, że skrzydło zostało przecięte w odległości około 13 metrów³⁶ od płaszczyzny symetrii kadłuba można oszacować cięciwę skrzydła w tym rejonie. Na podstawie analizy geometrii skrzydła ustalono następującą relację pomiędzy cięciwą i odległością przekroju od płaszczyzny symetrii *y*:

$$b(y) = 7.54 - 0.2832y$$

Stąd otrzymuje się cięciwę w miejscu przecięcia równą 3.8 metra. Szacunkowy czas oddziaływania siły na skrzydło to:

$$t_{uddz} \approx \frac{3.8m}{75m/s} = 0.05s$$

³⁶ Patrz rozdział 1 części IV.

CZĘŚĆ IV - SYMULACJA I PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ Z ZAPISAMI REJESTRATORÓW

1. OPIS PROWADZENIA OBLICZEŃ

Modelowanie wpływu urwania się końcówki skrzydła na samolot polegało na zmianie granicy całkowania wyrażeń, w oparciu o które obliczano siły aerodynamiczne powstające na skrzydle. Dla samolotu sprawnego całkowanie odbywało się w przedziale od -18.775m (lewe skrzydło) do +18.775m (prawe skrzydło). W chwili urwania się skrzydła całkowanie dotyczyło przedziału od -13.2m (lewe skrzydło)³⁷ do +18.775m (prawe skrzydło). W oparciu o całkowania obliczano: - siłę nośną skrzydła, siłę oporu skrzydła, siłę boczną, moment przechylający skrzydła, moment odchylający skrzydła. Jednocześnie o połowę zmniejszono wartość współczynnika skuteczności lotek $C_l^{\delta_L}$. W obliczeniach wykorzystywano pokazane wcześniej charakterystyki aerodynamiczne $C_{za}(\alpha)$ i $C_{xa}(\alpha)$. Natomiast moment pochylający samolotu obliczano wykorzystując opisaną wcześniej zależność:

$$C_m = 0.1509 - 0.35C_{za} - 0.761\delta_H - 2.7356\varphi_{stab} + 0.026168 \cdot \frac{P - 28200}{286800}$$

Na podstawie wcześniejszych obliczeń założono, że w chwili zderzenia z brzozą na skrzydło działa siła równa 130000N przez czas 0.05s. Obliczenia zasadnicze przeprowadzono wykorzystując rozkład współczynnika siły nośnej opisany w rozdziale 3.3.4 części I. Jednocześnie ze względu na niepewność danych wejściowych przeprowadzono również obliczenia sprawdzające wpływ na przebiegi parametrów:

- wielkości siły oddziaływania brzozy;
- czasu zderzenia z brzozą;
- zastosowanego rozkładu współczynnika siły nośnej wzdłuż skrzydła.

2. PORÓWNANIE PRZEBIEGÓW ZAREJESTROWANYCH Z WYNIKAMI OBLICZEŃ

Poniżej pokazane zostanie porównanie przebiegów obliczonych w procesie symulacji z zarejestrowanymi i zawartymi w raportach [19, 20] oraz z innymi danymi, które zawarto

³⁷ Wartość 13.2 metra obliczono następująco 18.775-6.5*cos(kąt skosu)-0.4=18.775-5.15-0.4=13.2m.

w tych raportach. Sterowanie pozostawało zgodne z przebiegami przedstawionymi na rysunkach III.4.2, III.4.4, III.4.6 i III.4.8. Obliczenia pokazały, że samolot po urwaniu końcówki skrzydła wykonuje szybki obrót wokół osi podłużnej z jednoczesnym wznoszeniem, a następnie opadaniem. Uderzenie w ziemię następuje w 13.8 sekundzie symulacji tzn. 5.4 sekundy od uderzenia w brzozę. Jest to czas nieco mniejszy niż wynika z oszacowań przedstawionych w punkcie 1.3 części III. Przyjęto tu, że uderzenie w ziemię następuje po osiągnięciu wysokości H=0m przez środek masy. Dla takiego warunku będą dalej podawane wartości końcowe parametrów lotu. Należy zaznaczyć, że jeżeli teren, gdzie nastąpiło uderzenie, położony był nieco wyżej (z raportu MAK wynika, że około 1.8 metra) oraz uwzględniając gabaryty samolotu jego kontakt z ziemią nastąpił wcześniej. W związku z tym końcowe wartości parametrów mogły być nieco inne niż pokazano poniżej. Ich wartości można odczytać z wykresów dla wcześniejszego czasu końcowego.

Rysunek IV.2.1 przedstawia przebieg prędkości lotu w funkcji czasu. Obliczony charakter zmian prędkości lotu do czasu zderzenia pozostaje zgodny z zakresem podanym w raporcie MAK. Natomiast widoczne są różnice w szybkości tych zmian. Jest to szczególnie widoczne w okresie lotu po uderzeniu w brzozę. Ponieważ początkowo ciąg silników jest na zakresie małego gazu prędkość samolotu spada w wyniku hamowania aerodynamicznego, zaś od 6.4 sekundy (gdy samolot osiąga najniższy punkt trajektorii) w wyniku zwiększania wysokości. Następnie prędkość narasta, co jest związane ze wzrostem ciągu silników oraz, od 11.8 sekundy w wyniku obniżania wysokości.

Na rysunku IV.2.2 pokazano zmiany kąta natarcia samolotu (mierzonego w stosunku do cięciwy przykadłubowej skrzydła) w funkcji czasu lotu. Pokazano tu przebieg odtworzony na podstawie raportu KBWLLP. Wykresy są zgodne co do charakteru zmian aż do osiągnięcia maksymalnej wartości kąta natarcia. W końcowej fazie lotu widoczne są rozbieżności. Istotnym jest, że kąty natarcia przekraczają wartości krytycznego kąta natarcia, który dla samolotu w konfiguracji z klapami 36⁰ jest równy około 18⁰. Należy podkreślić, że rysunek pokazuje kąt natarcia samolotu w środku masy. Ze szczegółowych obliczeń wynika, że wartość krytyczna, została szczególnie mocno przekroczona na skrzydle opadającym (lewym), co dodatkowo przyśpieszyło obrót samolotu.

Rysunek IV.2.3 pokazuje zmiany kąta pochylenia samolotu. Widoczne jest, że kąty z obliczeń niemal do chwili zderzenia pozostają w zgodności z kątami rejestrowanymi. Po zderzeniu pojawia się różnica i osiąga wartość około 5⁰. Charakter obu przebiegów jest bliźniaczy. Na rysunku zaznaczono też końcową wartość kąta pochylenia podaną przez

KBWLLP. Jest ona równa -6° . Końcowa wartość z obliczeń to -20° (może być mniejsza zgodnie z uwagą na początku rozdziału).

Na rysunku IV.2.4 przedstawiono przebieg kąta przechylenia samolotu. Kąt ten po uderzeniu w brzozę szybko maleje, przy czym dane z zapisów pokazują, że zaczyna on maleć już od 8-mej sekundy symulacji. Oznaczać to może, że przyjęty w obliczeniach czas uderzenia (8.39s) jest zbyt duży. Końcowa obliczona wartość kąta przechylenia wynosi -121⁰ i może być jedynie porównana z podaną w raporcie KBWLLP wartością 150⁰. Znaczna różnica może być spowodowana nieuwzględnieniem w symulacji kolejnych uderzeń w drzewa oraz urwaniem lewego steru wysokości, o czym informacje zawarte są w raportach. Te zdarzenia również mogły przyśpieszyć obrót samolotu w lewo. Przyczyną rozbieżności może być również niedoszacowanie siły oddziałującej na skrzydło w chwili uderzenia w brzozę. Będzie to poddane dodatkowej analizie.

Na rysunku IV.2.5 pokazano przebieg kąta odchylenia samolotu mierzony od osi pasa oraz przeliczony (względem kierunku 260[°]), zarejestrowany kąta "magnetic heading". Widać tu zasadnicze różnice pomiędzy zapisami i symulacją, których nie można wyjaśnić. Natomiast końcowy wynik symulacji (-22[°]) jest zbieżny z podaną w raporcie KBWLLP wartością (-20[°]).

Rysunek IV.2.6 pokazuje rzut pionowy obliczonej trajektorii lotu. Na rysunek naniesiono też:

- profil terenu wyznaczony według Google Earth (zgodny z raportem KBWLLP
 patrz rozdział 3 części III niniejszego opracowania);
- profil terenu podany przez MAK;
- odtworzoną wysokość lotu (rys.III.1.6);
- trajektorię lotu wg raportu KBWLLP (zał.4 tab.2).

Widać, że kształt trajektorii odtworzonej jest podobny do kształtu trajektorii wynikającej z danych podanych w raporcie KBWLLP. W szczególności samolot osiąga zbliżoną wysokość lotu. Widoczne jest równoległe przesunięcie obu trajektorii. Ponieważ dane wejściowe do obliczeń oparto dane zawarte w raporcie MAK, to trajektorię obliczeniową należy analizować w odniesieniu do profilu terenu wg MAK. Z analizy wynika, że obliczona wysokość położenia środka masy samolotu w momencie uderzenia w brzozę wynosi -3 metry. Wysokość terenu w tym punkcie była równa -10.7 metra. Zatem samolot znajdował się na wysokości -3-(-10.7)=7.7 metra nad ziemią. Uwzględniając, że przekrój skrzydła, w który nastąpiło uderzenie znajdował się 0.5m poniżej środka masy samolotu /ze względu na ujemny wznios/ wyliczony punkt uderzenia w brzozę znajduje się na wysokości 7.7-0.5=7.2 metra

nad ziemią. W raporcie KBWLLP (zał.4 tab.2) podano, że samolot uderzył w brzozę znajdując się na wysokości 5.1 metra nad ziemią.

Na rysunku IV.2.7 przedstawiono poziomy rzut obliczonej trajektorii lotu. Na rysunek naniesiono też punkty charakterystyczne, które opisano w raporcie KBWLLP pokazując ich położenie, oraz ich położenie ustalone na podstawie pomiarów wykonanych z wykorzystaniem Google Earth. Widać, że obliczona trajektoria lotu przebiega bezpośrednio w pobliżu tych punktów. Obliczone współrzędne punktu uderzenia w ziemię są następujące: x_{uderz} =493m, y_{uderz} =-123m. Porównując je z danymi z raportu KBWLLP (x_{uderz} =535m, y_{uderz} = -105m) widać zgodność wyników obliczeń z danymi zawartymi w raporcie. Odległość "obliczeniowego" punku uderzenia i punktu podanego w raporcie wynosi 45 metrów (w przybliżeniu jedna długość kadłuba). Jeżeli uwzględnić uwagę z początku rozdziału dotyczącą końca symulacji, odległość ta będzie jeszcze mniejsza.

Dwa ostatnie rysunki tzn. IV.2.8 i IV.2.9 pokazują trajektorię lotu wybranych punktów samolotu. Są to: środek masy, nos kadłuba, końcówka prawego skrzydła oraz końcówka lewego skrzydła (od 855 metra końcówka skrzydła obciętego). Na rysunku IV.2.9 pokazano też trajektorię lewej końcówki usterzenia poziomego. Na rysunku IV.2.8 najistotniejsza jest trajektoria końcówki lewego skrzydła - linia czerwona. Widać, że obcięte skrzydło uderza w ziemię w odległości 533 metrów (W raporcie KBWLLP podano wartość 518m). Z kolei z rysunku IV.2.9 wynika, że niemal wszystkie punkty charakterystyczne opisane w raportach mieszczą się w obszarze wyznaczonym przez linie odpowiadające trajektoriom punktów charakterystycznych samolotu.



















3. WPŁYW SIŁY DZIAŁAJĄCEJ NA SKRZYDŁO NA WYNIKI OBLICZEŃ

W rozdziale 5 części II dokonano oszacowania siły wzajemnego oddziaływania skrzydła i brzozy. Przyjęto, że siła ta jest równa 13Ton. Ponieważ wartość ta jest obarczona dużą niepewnością przeprowadzono dodatkowe obliczenia, których celem była ocena wpływu wielkości tej siły na końcową konfigurację samolotu oraz tor lotu. Obliczenia wykonano dla sił: 100000N (10Ton), 130000N (13Ton) i 150000N (15Ton).

Analiza wyników pokazuje, że zwiększanie wartości siły powoduje:

- zmniejszenie prędkości końcowej samolotu /rys.IV.3.1/;
- szybsze pochylanie samolotu w czasie po uderzeniu /rys. IV.3.3/; końcowy kąt pochylenia samolotu jest podobny;
- szybsze przechylanie samolotu; końcowy kąt przechylenia rośnie /rys. IV.3.4/;
- bardziej stromą trajektorię lotu /rys. IV.3.6/;
- większe zakrzywienie trajektorii w płaszczyźnie poziomej /rys. IV.3.7/.

Widać, że wartość siły przyłożonej do skrzydła w momencie uderzenia w brzozę ma znaczący wpływ na zmiany parametrów lotu. Jednak w każdym przypadku samolot przechylał się w lewo z jednoczesną zmianą kierunku lotu na lewo i po fazie wznoszenia spadał na ziemię w pozycji od "przechylenie 93^{0} " (wariant 10Ton) do pozycji plecowej -139^{0} (wariant 15Ton).















4. WPŁYW CZASU UDERZENIA NA WYNIKI OBLICZEŃ

W rozdziale 1.2 części III przedstawiono metodę określenia czasu uderzenia skrzydłem w drzewo. Przyjęto, że czas ten jest równy 8.39s. Aby sprawdzić jaki jest wpływ zmiany tego czasu na końcowy wynik symulacji przeprowadzono dodatkowe obliczenia dla następujących wartości: 8.29s, 8,39s, 8.49s. Dla tych czasów "ucinano" końcówkę skrzydła zmieniając granice całkowania przy obliczaniu sił generowanych przez skrzydło. Obliczenia prowadzono do osiągnięcia wysokości lotu 0m.

Analiza otrzymanych wyników pokazuje, że jedyne istotne zmiany spowodowane wydłużeniem czasu to:

- zwiększenie końcowej prędkości upadku (rys.IV.4.1);
- zwiększenie maksymalnej osiągniętej wysokości lotu (rys. IV.4.2);
- przemieszczenie się punktu upadku bliżej progu pasa i dalej od jego osi (rys. IV.4.3).







5. WPŁYW MODELU ROZKŁADU WSPÓŁCZYNNIKA SIŁY NOŚNEJ NA WYNIKI OBLICZEŃ

W rozdziale 3.3 części I omówiono trzy rozkłady współczynnika siły nośnej wzdłuż rozpiętości skrzydła. Były to: - rozkład prostokątny, - rozkład eliptyczny, - rozkład oparty na obliczeniach CFD. W trakcie symulacji zastosowano każdy z nich w celu określenia wpływu wyboru konkretnego rozkładu na przebiegi parametrów lotu. Poniżej przedstawiono końcowe wyniki obliczeń dla czasu uderzenia w brzozę równego 8.39 sekundy oraz siły oddziaływania równej 130000N. Otrzymane wyniki pozwalają na ustalenie, że:

- rozkład prostokątny i eliptyczny dają bardzo podobne przebiegi;
- rozkład CFD powoduje szybszy spadek prędkości, szybsze przechylanie, słabsze wznoszenie;
- rzut poziomy trajektorii lotu jest podobny dla każdego rozkładu.











PODSUMOWANIE

Celem niniejszego opracowania było określenie, na drodze symulacji numerycznych, zachowania się samolotu Tu-154M po urwaniu się końcowej części lewego skrzydła. Z powodu ograniczonego dostępu do materiałów źródłowych, model numeryczny ma jedynie charakter przybliżony. W szczególności z ograniczoną dokładnością udało się odtworzyć charakterystyki aerodynamiczne i masowe samolotu. Należy podkreślić, że w pełni wiarygodny model symulacyjny wymagałby wykorzystania zapisów z wielu lotów testowych w celu "dostrojenia" go. Autor uważa, że najbardziej wiarygodny model symulacyjny samolotu wykorzystywany jest obecnie w symulatorze samolotu. W raporcie MAK można znaleźć informację, że był on stosowany do przeprowadzenia symulacji /rozdział 1.16.2 str 96/. Prawdopodobnie nie daje on jednak możliwości symulowania obcięcia końcówki skrzydła.

Zapisy rejestratora parametrów lotu odtworzono z taką dokładnością, na jaką pozwalała jakość rysunków zamieszczonych w raportach KBWLLP i MAK. Również wartość siły, która oddziaływała na skrzydło w chwili uderzenia była przyjęta szacunkowo. Pochodne dynamiczne, które były niezbędne do zbudowania modelu matematycznego ruchu samolotu obliczono w oparciu o formuły dostępne w literaturze oraz z wykorzystaniem komercyjnego oprogramowania.

Pomimo licznych uproszczeń udało się z dobrą, "inżynierską" dokładnością potwierdzić opisane w raportach zachowanie się samolotu po uderzeniu skrzydłem w drzewo. W większości parametrów lotu zgodność jest nie tylko jakościowa, ale i ilościowa.

Zasadniczym celem badań była odpowiedź na pytanie "Czy samolot Tu-154M po utracie końcówki skrzydła wykonał półbeczkę, czy też nie?" Odpowiedź jest jednoznaczna: Samolot Tu-145M po utracie końcówki skrzydła wykonał półobrót i jednocześnie "górkę" odchylając tor lotu w lewo. Ponieważ samolot wznosił się w chwili utraty końcówki i po tym zdarzeniu, urwany kikut skrzydła nie miał z kontaktu z ziemią. Pokazano to na rysunku IV.2.8.

LITERATURA

- 1. Advanced Aircraft Analysis 3.2, Design, Analysis and Research Corporation, 2009.
- Artymowicz P., *Inżynieria skrzydła a jego starcie z drzewem*, http://fizyka-smolenska. salon24.pl/ 345960,9-inzynieria-skrzydla-a-jego-starcie-z-drzewem;
- 3. Arżanikow N., Malcew W., Aerodynamika, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1959;
- Bechtir W.P, Rżewskij B.M., Cipenko B.G., *Prakticzeskaja aerodynamika samolieta Tu- 154M*, Izd. Wozdusznyj Transport, 1977;
- 5. Błaszczyk J., Analiza wytrzymałościowa struktury skrzydła samolotu Tu-154M w chwili zderzenia z brzozą, materiały seminarium, Dęblin, grudzień 2012;
- 6. Fiszdon W., Mechanika lotu. Cz. 1-3, Warszawa, PWN, 1962;
- Gaczek M., Podstawowe materiały i wyroby budowlane. Drewno i tworzywa drzewne, http://www.ikb.edu.pl/mariusz.gaczek/pbwyklad.htm;
- 8. Houghton E.L., Carpenter P.W., *Aerodynamics for Engineering Students*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004;
- 9. Kowaleczko G., Zagadnienie odwrotne w dynamice lotu statków powietrznych, Warszawa, Wydawnictwo WAT, 2003;
- 10. Kowaleczko G., Ekspertyza Analiza i badania związane z wypadkiem samolotu An-28 Bryza-2RF w dniu 31.03.2009r. dla potrzeb KBWLLP MON; 2009;
- 11. Kowaleczko G., Krzonkalla J., Nowakowski M., Odpowiedź samolotów o różnych charakterystykach masowo-geometrycznych na turbulencje atmosfery, "Mechanika w Lotnictwie ML-XIII", 2008;

- Kowaleczko G., Krzonkalla J., Nowakowski M., Modelowanie lotu samolotu transportowego z uwzględnieniem zmiennych obciążeń atmosferycznych, Modelowanie Inżynierskie, tom 5, nr 36, Politechnika Śląska, grudzień 2008;
- 13. Krzonkalla J., *Badania lotu samolotu transportowego w atmosferze turbulentnej*, praca doktorska, Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2010;
- 14. Ligum T.I., Skripniczenki S. J., Aerodinamika samolieta Tu-154, Izd. Transport, 1977;
- 15. Mill, Wiertoliety, tom 1 i 2;
- 16. Ostosławskij N. W.: Aerodinamika samoleta, Moskwa: Oborongizdat, 1957;
- 17. Piatin A.I., *Dinamika poleta i pilotirowanije samolieta Tu-154*, Izd. Wozdusznyj Transport, 1994;
- Polska Norma, Mechanika lotu samolotów i szybowców Terminologia, PN-83/L-01010;
- 19. Raport Komisji Badania Wypadków Lotniczych Lotnictwa Państwowego (KBWLLP);
- 20. Raport Międzynarodowej Komisji Lotniczej (MAK);
- 21. Roskam J., *Airplane Design*, Roscam Aviation and Engineering Corporation, University of Kansas, 1985;
- 22. Wachłaczenko M., *Numeryczna analiza wpływu oblodzenia na dynamikę samolotu*, praca doktorska, Wojskowa Akademia Techniczna, 2006;
- 23. *Właściwości drewna*, http://www.lechbud.org/technologia/drewno/wlasciwosci%20 drewna.html;

Opracował: prof. dr hab. inż. Grzegorz Kowaleczko 31.12.2013